

# Rankits appropriés pour les tracés de droites de Henry et les tracés de droites de distribution d'estimateurs d'écart-types

Louis-Jean Hollebecq  
Directeur scientifique et technique

## Sommaire

1	Introduction .....	3
2	Fondements techniques.....	5
2.1	Symboles .....	5
2.2	Calcul des valeurs de B-rankits.....	6
2.3	Utilisation de la droite de Henry pour vérifier la normalité d'une distribution.....	7
2.4	Utilisation de la droite de Henry pour détecter des valeurs aberrantes .....	8
2.5	Utilisation d'une droite de Henry pour estimer les moyennes et les écarts-types .....	9
2.6	Estimation d'un écart-type à partir de séries répétées .....	11
2.7	Algorithme de recherche par dichotomie.....	12
2.8	La méthode de Monte-Carlo .....	13
3	Lois de distribution de $p_i$ .....	13
3.1	Introduction .....	13
3.2	Equations pour $p_i$ , pour la valeur moyenne, les centiles et les médianes.....	14
3.3	Calcul de la Moyenne des distributions de $p_i$ .....	15
3.4	Calcul des centiles et des valeurs médianes des distributions de $p_i$ .....	15
3.5	Utilisation des distributions $p_i$ dans les tracés de probabilité cumulées.....	17
3.6	Conclusions .....	19
4	Plan d'expériences .....	19
4.1	Introduction à propos des valeurs de $P_i$ appropriées pour être utilisées dans les tracés de probabilités cumulées .....	19
4.2	Plan d'expériences pour la présente étude .....	19
5	Résultats et discussions .....	20





5.1	Détermination des distributions de $p_i$ pour $N = 2$ à 30.....	20
5.1.1	Résultats pour les distributions de $p_i$ .....	20
5.1.2	Approximations linéaires des valeurs médianes en fonction de $i$ et $N$ .....	22
5.1.3	Approximations polynomiales des valeurs des centiles en fonction de $i$ et $N$ .....	25
5.1.4	Conclusions pour les distributions de $p_i$ .....	28
5.2	Distributions de $z_i$ pour $N = 2$ à 30 pour les distributions gaussiennes .....	28
5.2.1	Introduction .....	28
5.2.2	Distributions de $P_i$ (B-rankits) correspondant aux $Z_i$ (G-rankits), valeur moyenne de $z_i$ .....	29
5.2.3	Détermination de “a” par la méthode de Monte-Carlo.....	30
5.2.4	Comparaison des méthodes de détermination des ordonnées à l'origine des tracés de probabilité gaussiens (détermination de la valeur moyenne) .....	32
5.2.5	Comparaison des méthodes de détermination des pentes des courbes de normalité (détermination de l'écart-type).....	33
5.2.6	Intervalles de confiance sur $z_i$ .....	36
5.2.7	Conclusions concernant les distributions de $z_i$ pour la distribution Gaussienne.....	39
5.3	Détermination des distributions de $z_{r_i}$ pour $N = 2$ à 30 pour les distributions des estimations des écarts-types pour une population gaussienne.....	40
5.3.1	Introduction .....	40
5.3.2	Distributions de $p_i$ correspondant à $z_{r_i}$ .....	41
5.3.3	Détermination de “a” par la méthode de Monte-Carlo.....	42
5.3.4	Comparaison des méthodes de détermination de l'abscisse correspondant à l'ordonnée $z_{r_i}=1$ des tracés d'estimation d'écart-type (détermination d'un écart-type) .....	46
5.3.5	Intervalles de confiance sur $z_{r_i}$ .....	48
5.3.6	Conclusions concernant les distributions $z_{r_i}$ pour les distributions d'estimations d'écarts-types de populations gaussiennes.....	52
5.4	Conclusions générales.....	52
6	Références .....	54

## Annexe :

Tableaux des résultats détaillés obtenus au cours de cette étude

## Résumé :

Les droites de Henry sont habituellement utilisées pour vérifier si une distribution peut être considérée comme gaussienne, pour visualiser si certaines données sont susceptibles d'être aberrantes et, à l'aide d'une régression linéaire, d'estimer sa valeur moyenne et son écart-type. De la même manière, les tracés de « droites de distribution ET », basés sur la distribution des estimations de l'écart-type, pourraient être très utiles pour atteindre des objectifs similaires : vérifier si une hypothèse d'homoscédasticité peut être acceptée ou non, visualiser les estimations susceptibles d'être aberrantes, et estimer l'écart-type vrai sous-jacent. Dans la pratique, un changement de variable est nécessaire pour changer le rang de chacune des valeurs en une probabilité cumulée correspondante puis une transformation gaussienne inverse pour obtenir un "rankit" à utiliser comme ordonnée pour ces graphiques. Une équation de la forme  $(i-a)/(N+1-2a)$  avec  $0 \leq a \leq 1$  est généralement utilisée pour déterminer les probabilités cumulées adéquates. De fait, au moins pour les petites valeurs de N, le choix de la valeur "a" a un impact important sur les conclusions qui en sont tirées. Ce document :

-  Examine les fondements de ces équations ;
-  Evalue leur adéquation pour une série de situations et de types de lois de distribution ;
-  Propose des équations pour déterminer les valeurs de « a » en fonction de N, ce qui fournit de meilleurs rankits que ceux habituellement utilisés et permettent la détermination sans biais de moyennes et/ou d'écarts-types pour un certain nombre de cas ;
-  Propose une méthode précise pour déterminer les courbes enveloppes de confiance pour les tracés de droites de Henry et les tracés de probabilités cumulées de n'importe quelle distribution dont la fonction cumulative est connue.

## 1 Introduction

Les droites de Henry sont fréquemment utilisées pour vérifier si une distribution peut être considérée comme gaussienne [1]. Elles permettent également de visualiser si certaines données sont susceptibles d'être aberrantes [2]. En utilisant une régression linéaire, en excluant autant que nécessaire certaines valeurs inférieures ou supérieures, elles peuvent également être utilisées pour estimer sa valeur moyenne et son écart-type.

Même si cela n'est pas pratiqué usuellement jusqu'à présent, les tracés de droites de distribution d'estimateurs d'écart-types pourraient être très utiles pour vérifier l'hypothèse d'homoscédasticité, vérifier les valeurs aberrantes et produire des estimations robustes de l'écart type de la même manière que les droites de Henry pour les distributions gaussiennes.

En pratique, un changement de variable est nécessaire pour transformer le rang de chaque valeur en une probabilité cumulée correspondante, que nous appelons ici "B-rankit". Une transformation gaussienne inverse est ensuite appliquée à ces B-rankits pour obtenir ce que nous appelons ici des "G-rankits", qui peuvent être utilisés comme ordonnées pour les courbes de probabilité normales. Les diagrammes gauss-arithmétiques traditionnels sont basés sur ces principes.

Les B-rankits sont généralement calculés à l'aide des équations (1) ou (2), ou d'une combinaison de celles-ci, comme suit.

$$P_i = \frac{i - \frac{1}{2}}{N} \quad (1)$$

$$P_i = \frac{i - \frac{3}{8}}{N + \frac{1}{4}} \quad (2)$$

où " $P_i$ " est la probabilité théorique cumulée de la valeur de rang " $i$ "

" $i$ " est le rang de la valeur,

et " $N$ " est le nombre total de valeurs.

L'équation (3) proposée par [3] est moins couramment utilisée.

$$P_N = \frac{1}{2} \quad P_1 = 1 - P_N \quad P_i = \frac{i-0,3175}{N+0,365} \quad (3)$$

pour les autres valeurs de  $i$

Le Tableau 1 montre un exemple pour le cas où  $N = 5$  :

Tableau 1. Valeurs de  $P_i$  obtenues avec l'équation (1), l'équation (2) et l'équation (3) pour  $N = 5$ .

$i$	1	2	3	4	5
$P_i$ avec équation (1)	0,1	0,3	0,5	0,7	0,9
$P_i$ avec équation (2)	0,1190	0,3095	0,5	0,6905	0,8810
$P_i$ avec équation (3)	0,1272	0,3136	0,5	0,6864	0,8728

Ces valeurs de  $P_i$  sont ensuite utilisées pour calculer les G-rankits à utiliser pour tracer les droites de Henry, en utilisant l'équation (4).

$$Z_i = \phi^{-1}(P_i) \quad (4)$$

où " $P_i$ " est la probabilité cumulée théorique de la donnée de rang " $i$ "

" $i$ " est le rang de la donnée,

et " $Z_i$ " est le G-rankit à utiliser comme ordonnée pour le tracé de la droite de Henry.

Le Tableau 2 montre les valeurs de  $Z_i$  (G-rankits) obtenues avec les  $P_i$  du Tableau 1.

Tableau 2. Valeurs de  $Z_i$  (G-Rankits) obtenues avec l'équation (4) pour les valeurs  $P_i$  du Tableau 1.

$i$	1	2	3	4	5
$Z_i$ du $P_i$ de l'équation (1)	-1,282	-0,524	0	0,524	1,282
$Z_i$ du $P_i$ de l'équation (2)	-1,180	-0,497	0	0,497	1,180
$Z_i$ du $P_i$ de l'équation (3)	-1,140	-0,486	0	0,486	1,140

Les équations (2) et (3) sont généralement considérées comme fournissant de meilleures approximations que l'équation (1), en particulier quand  $N < 10$ .

Cependant, ces valeurs de  $P_i$  sont des approximations. Typiquement, l'équation (1) est basée sur un modèle pour lequel la plus petite donnée de la série est uniformément distribuée sur l'intervalle  $[0;1/N]$ , la deuxième plus petite donnée sur l'intervalle  $]1/N;2/N]$ , etc. ... ce qui est faux : il est évident que la plus petite donnée peut être plus grande que  $1/N$ .

Pour calculer les valeurs exactes, il est nécessaire de traiter les distributions réelles de  $p_i$  et de déterminer une valeur de  $P_i$  appropriée qui n'entraîne pas de biais dans le tracé des droites de Henry. Dans cette l'étude, les questions suivantes sont traitées :

1. Comment les lois de distribution de  $p_i$  peuvent être calculées ;

2. Comment ces lois de distribution peuvent être utilisées pour calculer les valeurs adéquates de  $P_i$  et les limites de l'intervalle de confiance pour ces valeurs :
3. Les approximations pour  $P_i$  des équations (1), (2) ou similaires sont-elles appropriées ;
4. Comment les rankits peuvent être calculés, en particulier dans les cas de la loi de distribution gaussienne et de la loi de distribution des écarts-types.
5. Comment ces rankits peuvent être utilisés pour calculer des estimations robustes des valeurs moyennes et des écarts types.

## 2 Fondements techniques

### 2.1 Symboles

Les symboles utilisés dans ce document sont listés dans le Tableau 3.

Tableau 3. Liste des symboles utilisés dans ce document.

Symbole	Désignation and commentaires
$a$	Constante habituellement choisie dans l'intervalle [0;1] pour être utilisée dans l'équation (5)
$a_1$ et $a_2$	Constantes en fonction de $N_r$ , à utiliser dans l'équation (31)
$A$	Pente de la droite approximant les valeurs de $P_i$
$C_{i,c}$	Centile de la fonction de distribution cumulée pour la $i^{\text{e}}$ valeur et la proportion "c"
$D_i$	$i^{\text{e}}$ donnée d'une série de données, classée par ordre croissant
$i$	Rang d'une donnée ou d'une valeur parmi $N$ données ou valeurs
$IC$	Intervalle de confiance (avec un coefficient d'élargissement $k$ choisi égal à 2)
$m$	Valeur estimée d'une moyenne
$m_i$	Valeur estimée de la $i^{\text{e}}$ donnée d'une série
$Med$	Valeur médiane vraie
$Med_i$	Valeur médiane vraie de la $i^{\text{e}}$ donnée d'une série
$N$	Nombre total de données aléatoires
$N_r$	Nombre total de données aléatoires distribuées de façon Gaussienne de l'une des $N_s$ séries, utilisé pour calculer une estimation de l'écart-type
$N_s$	Nombre total d'estimations d'un écart-type calculées à partir de $N_s$ séries de $N_r$ données aléatoires distribuées de façon Gaussienne
$p_i$	$i^{\text{e}}$ donnée d'une série ordonnée de données aléatoires prises d'une distribution uniforme sur l'intervalle ]0;1[
$P_i$	B-rankit, défini comme un paramètre de tendance centrale de la distribution des valeurs $p_i$ , qui peut être utilisée pour tracer des droites de distribution de valeurs aléatoires
$s$	Valeur estimée d'un écart-type
$s_i$	$i^{\text{e}}$ valeur estimée d'une série de valeurs estimées d'un écart-type
$u$	Incertitude-type
$U$	Incertitude élargie, avec un coefficient d'élargissement pris égal à 2
$z_i$	$i^{\text{e}}$ donnée d'une série de données aléatoires d'une distribution normale

Symbole	Désignation and commentaires
$Z_i$	G-rankit, défini comme un paramètre de tendance centrale de la distribution des $z_i$ , qui peut être utilisée pour tracer une droite de Henry
$zr_i$	$i^{\text{e}}$ donnée d'une série de données aléatoires d'une distribution d'estimations d'écarts-types
$ZR_i$	S-rankit, défini comme un paramètre de tendance centrale de la distribution des $z_i$ , qui peut être utilisée pour tracer une droite de distributions des estimations d'un écart-type
$\mu$	Valeur vraie d'une moyenne
$\sigma$	Valeur vraie d'un écart-type
$\chi^2_{n-1}$	Valeur de la loi de distribution du $\chi^2$ avec $n-1$ degrés de liberté

## 2.2 Calcul des valeurs de B-rankits

Les équations (1) et (2) sont en fait des exemples de l'équation générale (5) comme suit :











$$P_i = \frac{i - a}{N + 1 - 2a} \quad (5)$$

où " $P_i$ " est la probabilité cumulée théorique de la donnée de rang " $i$ "

" $i$ " est le rang de la donnée,

et " $a$ " est une constante qui appartient généralement à l'intervalle  $[0;1]$ .

Dans le cas de l'équation (1),  $a = 0,5$  et dans le cas de l'équation (2),  $a = 3/8$ . On peut trouver plusieurs propositions de ces équations dans la littérature, comme par exemple :

-   $a = 0$ , correspondant à  $P_i = i/(N + 1)$ , voir 3.3;
-   $a = 0,3$ , correspondant à  $P_i = (i - 0,3)/(N + 0,4)$ , proposé par [4] ;
-   $a = 0,3175$ , correspondant à  $P_i = (i - 0,3175)/(N + 0,365)$ , proposé par [3] ;
-   $a = 0,326$ , correspondant à  $P_i = (i - 0,326)/(N + 0,348)$ , proposé par [5] ;
-   $a = 1/3$ , correspondant à  $P_i = (i - 1/3)/(N + 1/3)$ , utilisé dans le package statistique BMDP ;
-   $a = 0,4$ , correspondant à  $P_i = (i - 0,4)/(N + 0,2)$ , proposé par [6] ;
-   $a = 0,44$ , correspondant à  $P_i = (i - 0,44)/(N + 0,12)$ , proposé par [7] ;
-   $a = 0,5$ , correspondant à  $P_i = (i - 0,5)/N$ , voir l'équation (1) ;
-   $a = 0,567$ , correspondant à  $P_i = (i - 0,44)/(N - 0,134)$ , proposé par [8] ;
-   $a = 1$ , correspondant à  $P_i = (i - 1)/(N - 1)$ , proposé par [3].

En dépit des apparences, ces équations sont des équations de droites, comme on peut le voir en les décomposant comme suit :  $P_i = \frac{i-a}{N+1-2a} = \frac{1}{N+1-2a} \cdot i - \frac{a}{N+1-2a}$ , c'est-à-dire sous la forme  $P_i = A \cdot i + B$ . Par conséquent, lorsque la pente  $A$  est connue, la valeur de " $a$ " peut être calculée par l'équation (6), comme suit.

$$a = 0,5 \cdot (N + 1 - \frac{1}{A}) \quad (6)$$

où " $a$ " est le paramètre de l'équation (5)

" $N$ " est le nombre de données,

et " $A$ " est la pente de la droite qui approxime les valeurs de  $P_i$ .

Le second point important de ces équations est que  $P_{\frac{N+1}{2}} = 0,5$ , quels que soit  $a$  et  $N$ , comme il est démontré ci-dessous :

$$P_{\frac{N+1}{2}} = \frac{\frac{N+1}{2} - a}{N+1-2a} = \frac{(N+1) - 2a}{2(N+1-2a)} = \frac{1}{2}$$

Ceci assure la symétrie attendue des  $P_i$  autour de la valeur centrale de  $i$ , c'est à dire  $i = \frac{N+1}{2}$ .

On voit donc que, même si la valeur de " $a$ " est généralement incluse dans l'intervalle  $[0;1]$ , cela n'est pas nécessaire pour assurer la cohérence de l'équation (5).

## 2.3 Utilisation de la droite de Henry pour vérifier la normalité d'une distribution

Les droites de Henry ont été développées (par P.J.P. Henri au cours des années 1880, voir [9] et [10]) pour vérifier la normalité d'une distribution.

Elle consiste à représenter graphiquement des quantités d'échantillons en fonction de quantités théoriques, comme le montre la Figure 1. Lorsque les points sont répartis au hasard autour de la ligne droite, la population peut être considérée comme normalement distribuée (ou, plus précisément, "la population ne peut pas être considérée comme n'étant pas normalement distribuée").

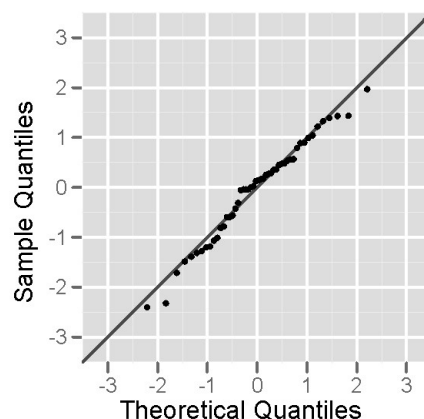


Figure 1: Exemple de droite de Henry (origine : Wikipédia [10])

La Figure 2 montre des façons typiques pour une série de données de s'écarter d'une ligne droite.

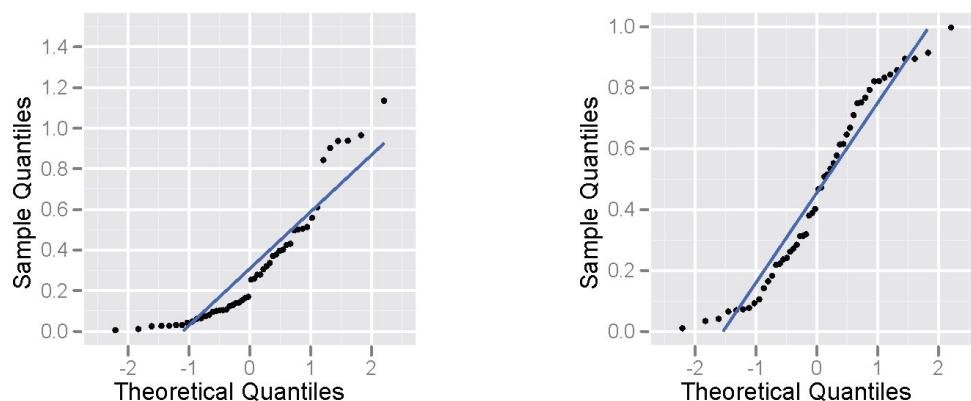


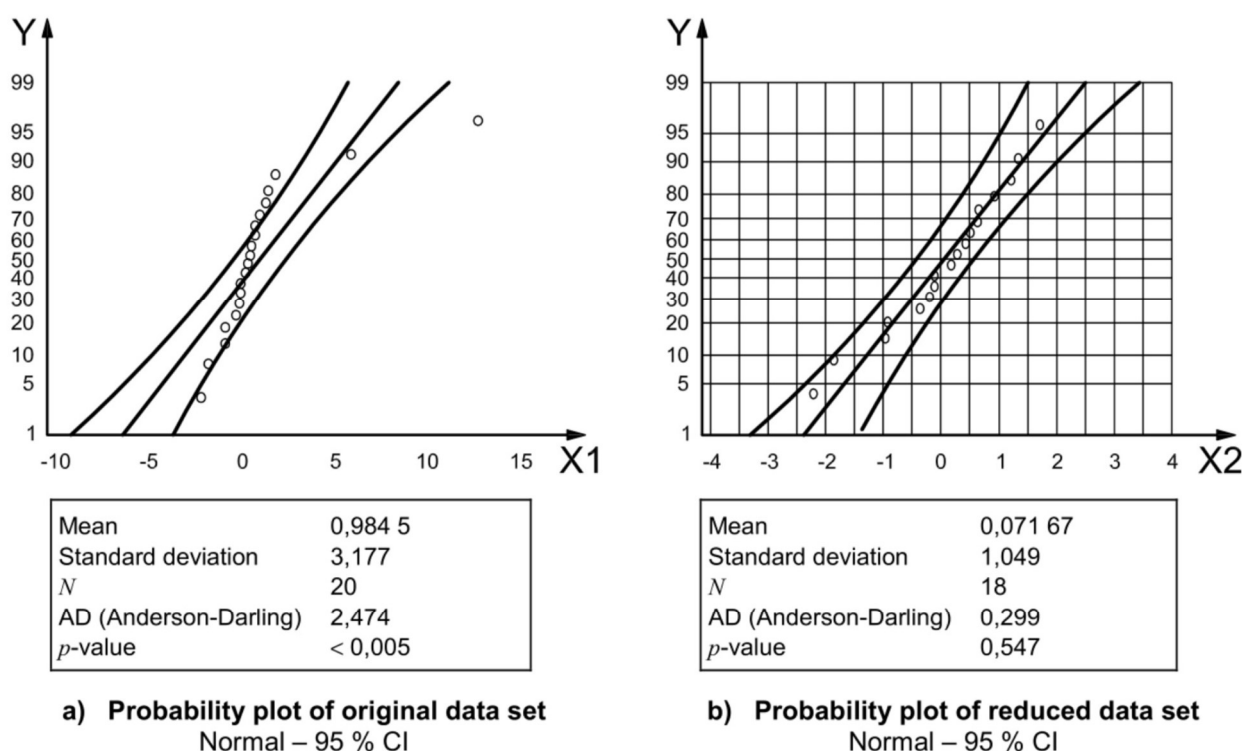
Figure 2: Exemples de distribution asymétrique (à gauche) et de distribution dont l'aplatissement est différent de 0 (à droite) (origine : Wikipédia [10])

De plus amples informations sur l'asymétrie sont disponibles dans [11] et sur l'aplatissement dans [12].

Pour cette utilisation des diagrammes de probabilité normale, l'attention est souvent attirée sur la partie centrale du diagramme, qui est généralement mieux déterminée que les extrémités. Pour cette raison, la qualité de la détermination des G-rankits utilisés pour tracer les quantiles de l'échantillon est moins importante que pour d'autres applications.

## 2.4 Utilisation de la droite de Henry pour détecter des valeurs aberrantes

Lorsque des valeurs aberrantes se produisent, elles apparaissent évidemment dans les extrémités du graphique. Lorsqu'un point se trouve à une distance importante de la ligne droite, il est probable qu'il s'agisse d'une valeur aberrante. La Figure 3 montre un exemple de valeurs aberrantes apparaissant sur une droite de Henry.



### Key

- X1 original data set
- X2 reduced data set
- Y percent

Figure 3: Exemple d'utilisation de la droite de Henry pour détecter les valeurs aberrantes (extrait de l'ISO 16269-4 [2])

Dans cet exemple, la suppression des deux valeurs les plus grandes fait passer la distribution d'une distribution qui s'écarte significativement de la distribution normale à une distribution qui peut être raisonnablement considérée comme une distribution normale.

D'ailleurs, nous pouvons voir dans cet exemple comment 10 % des valeurs aberrantes peuvent fortement perturber l'estimation des valeurs moyennes et des écarts types.

Pour cette utilisation des courbes de probabilité normales, l'attention est souvent attirée sur les extrémités de la courbe. Théoriquement, il conviendrait donc de porter une grande attention aux G-rankits utilisés pour tracer la courbe. Toutefois, lorsque des valeurs aberrantes apparaissent, elles sont généralement fortement éloignées de la



droite de référence, de sorte qu'une approximation des G-rankits (sur l'axe Y dans la Figure 4) est de peu d'effet par rapport à l'écart significatif à la droite (sur l'axe X1 dans la Figure 4). Pour cette raison, la qualité de la détermination des G-rankits utilisés pour tracer les quantiles de l'échantillon est de moyenne importance par rapport à d'autres applications.

## 2.5 Utilisation d'une droite de Henry pour estimer les moyennes et les écarts-types

Comme le montre la Figure 4, dans les tracés de droites de Henry, la ligne droite théorique coupe  $P_i = 0,5$  théorique exactement à l'abscisse de la valeur moyenne théorique. De même, la distance entre l'abscisse  $P_i = 0,841$  théorique et l'abscisse  $P_i = 0,5$  théorique est l'écart-type théorique exact de la distribution. En d'autres termes, la pente de la droite théorique est proportionnel à l'écart-type théorique exact de la distribution.

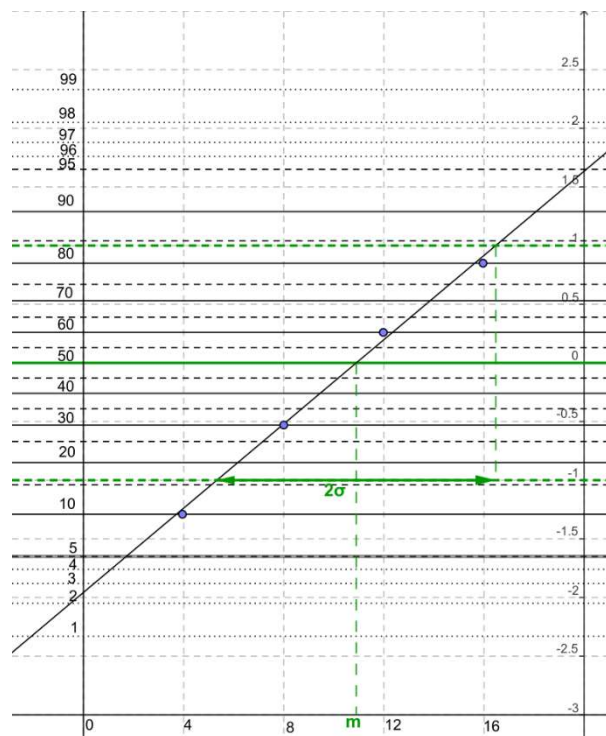


Figure 4: Exemple de trace d'une droite de Henry pour calculer la moyenne et l'écart-type d'une distribution Gaussienne (origine : Wikipédia [9])

Cette Figure 4 semble idéalisée (les points sont trop bien alignés pour être réalistes). La Figure 5 présente 20 courbes de probabilité normales aléatoires issues d'une même distribution gaussienne ( $\mu=10$  et  $\sigma=3$ ) : aucune d'entre elles n'est alignée comme dans la Figure 4.

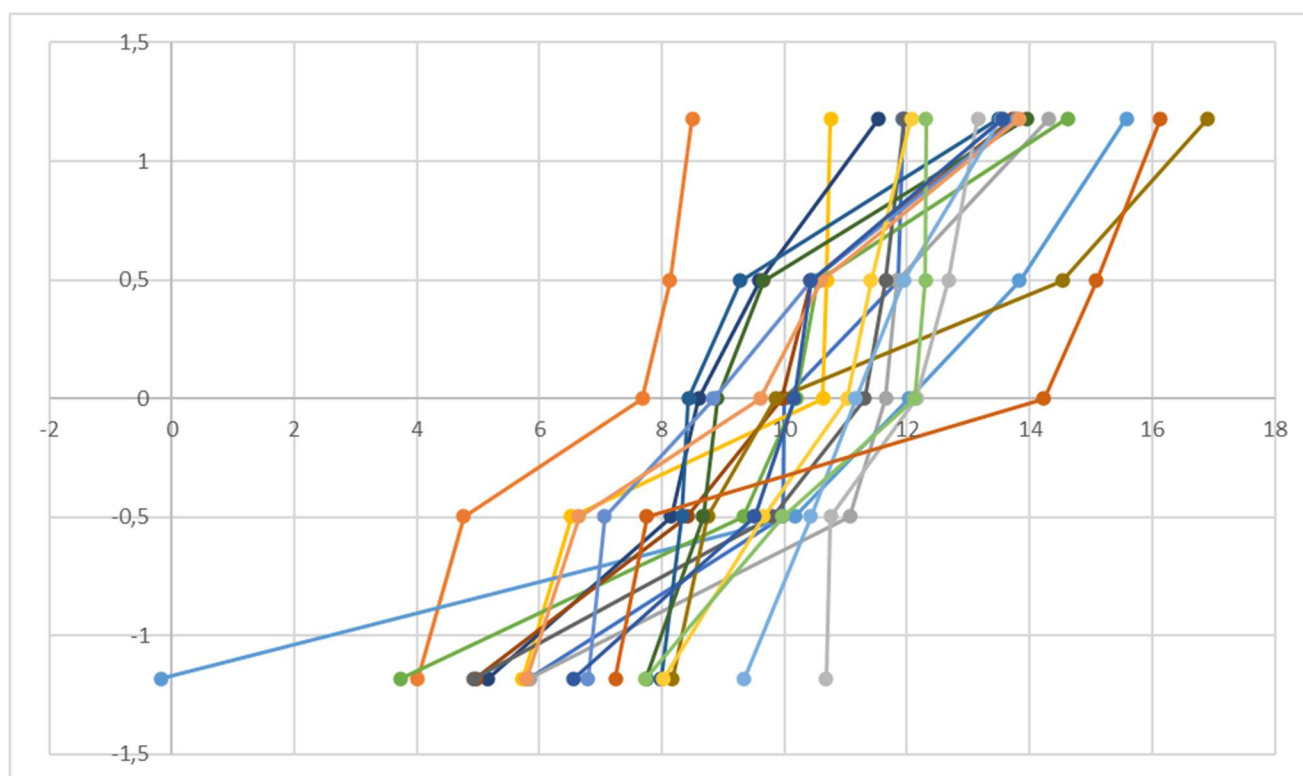


Figure 5: 20 droites de Henry aléatoires tirée d'une même distribution Gaussienne ( $\mu=10$  et  $\sigma=3$ , abscisses : données, ordonnées :  $z_i$ )

Dans la Figure 4, on peut estimer que la valeur moyenne est d'environ 11. De la même manière, l'abscisse  $P_i = 0,841$  est d'environ 16,7, l'abscisse de  $P_i = 0,159$  est d'environ 5,2, l'écart-type peut être estimé à  $(16,7-5,2)/2 = 5,7$ . Bien entendu, cette méthode n'est valable que si la distribution peut raisonnablement être considérée comme normalement distribuée.

La qualité de l'estimation dépend évidemment de la qualité du tracé de la ligne droite. Habituellement, des régressions linéaires sont utilisées pour tracer la droite, de sorte que  $\mu$  et  $\sigma$  peuvent être estimés avec précision. De même, la qualité de la régression (qui peut être estimée visuellement ou par le coefficient de régression) et les outils présentés au § 2.4 permettent de détecter et d'écarter les valeurs aberrantes et, par conséquent, d'éviter leurs effets délétères sur les estimations.

Pour cette utilisation des courbes de probabilité normale, les points situés aux extrémités de la courbe sont d'une importance capitale pour les calculs. Il convient donc de porter attention aux G-rankits utilisés pour tracer la courbe, en particulier lorsque le nombre de valeurs disponibles est faible (comme dans la Figure 4). Lorsque le nombre de valeurs disponibles est élevé, il est toujours possible de n'utiliser que les points centraux pour tracer la ligne droite, évitant ainsi les effets délétères de la faible précision de traçage des points extrêmes. Lorsque l'on n'en conserve qu'une (si  $n$  est impair) ou deux (si  $n$  est pair) valeurs centrales, le résultat obtenu est la médiane et aucune indication de la dispersion n'est disponible.

En conclusion, le nombre de valeurs prises en compte peut être ajusté, visuellement ou à l'aide d'un algorithme, pour optimiser l'équilibre entre convergence (utilisation d'un nombre maximal de valeurs) et robustesse (utilisation d'un faible nombre de valeurs fiables).

## 2.6 Estimation d'un écart-type à partir de séries répétées

Les ordonnées de la Figure 4 montrent clairement comment l'échelle linéaire (ordonnées du côté droit) est transformée en probabilités cumulées (ordonnées du côté gauche) par un changement de variable utilisant la loi gaussienne inverse.

Il est évidemment possible d'utiliser d'autres changements de variables en utilisant d'autres lois de distribution inverses, de tracer une droite de régression adéquate et, de la même manière que pour le graphique de probabilité normale, de déterminer un paramètre de tendance centrale de la distribution. Pour un exemple, voir [7].

En particulier, un écart-type peut être déterminé à partir d'une série d'estimations de celui-ci. Pour ce faire, la première étape consiste à déterminer le changement de variable à opérer en utilisant la loi de distribution des estimations des variances, comme indiqué dans l'équation (7) (origine : ISO 2854 [13]).

$$(n - 1) \frac{s^2}{\sigma^2} \approx \chi_{n-1}^2 \quad (7)$$

*où  $s$  est une valeur estimée d'un écart-type,*

*$\sigma$  est l'écart-type à estimer,*

*et  $n$  est le nombre de valeurs utilisé pour calculer l'écart-type.*

Le changement de variable approprié peut alors être déduit par transformation algébrique de l'équation (7) comme indiqué dans l'équation (8).

$$s_i = \sigma \sqrt{\frac{\chi_{n-1}^2(P_i)}{n - 1}} \quad (8)$$

*où  $s_i$  est la valeur estimée d'un écart-type de la  $i^{\text{e}}$  série,*

*$\sigma$  est l'écart-type à estimer,*

*$P_i$  est la probabilité cumulée théorique de la donnée de rang " $i$ "*

*et  $n$  est le nombre de valeurs utilisé pour calculer l'écart-type.*

La Figure 6 montre un exemple de régression linéaire de 20 séries de 5 valeurs avec une valeur moyenne égale à 10 et un écart type égal à 3 (voir Figure 5). Pour construire cette figure, les S-rankits ont été déterminés comme des rapports théoriques  $s_i/\sigma$  (voir l'équation (8)), attendus en fonction du rang " $i$ " des estimations  $s_i$  de l'écart type réel  $\sigma$ . Les 20 estimations correspondantes de l'écart-type varient de 1,12 à 6,18, ce qui est cohérent avec l'équation (8). La droite régression linéaire coupe l'ordonnée "1" à 3,0, qui est le véritable écart-type.

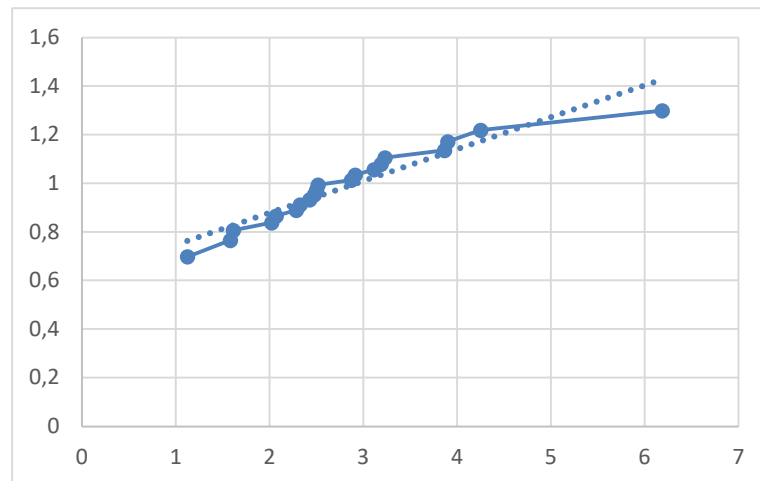


Figure 6: Exemple de tracé d'une droite d'estimations d'écart-types d'une série de 20 estimations d'écart-types de 5 données chacune.  
Abscisses :  $s_i$ , estimations ordonnées de  $\sigma$ , Ordonnées : S-rankits.

Comme pour les distributions gaussiennes, on peut ajuster le nombre de valeurs à prendre en compte, visuellement ou à l'aide d'un algorithme, pour optimiser l'équilibre entre convergence (utilisation d'un nombre maximal de résultats) et robustesse (utilisation d'un faible nombre de valeurs robustes).

Cette méthode peut être particulièrement utile lorsque de nombreuses séries de petites quantités de valeurs sont disponibles, par exemple lorsque le contrôle de la conformité des produits est effectué lot par lot. L'écart-type à l'intérieur du lot peut être estimé avec précision, sans aucun effet de la dispersion entre les lots.

## 2.7 Algorithme de recherche par dichotomie

L'algorithme de recherche par dichotomie permet de trouver les valeurs  $y = f(x)$  lorsque la fonction  $f^{-1}$  est difficile ou impossible à exprimer de manière algébrique. En pratique, cela consiste à :

1. Définir un intervalle  $[min;max]$  qui est supposé contenir "y".  $f(x)$  doit être continuellement croissante ou continuellement décroissante sur l'intervalle  $[min;max]$  ;
2. Calculer la valeur centrale  $C_1$  de l'intervalle en utilisant l'équation  $C_1 = \frac{min+m}{2}$  ;
3. Calculer  $f(C_1)$  et le comparer à "y" ;
4. Selon le résultat de l'étape 3 et selon que  $f(x)$  est croissante ou décroissante sur  $[min;max]$ , décider si "x" pour lequel  $f(x) = y$  est supérieur ou inférieur à  $C_1$  ;
5. Sélectionner l'intervalle  $[min; \frac{min+max}{2}]$  ou  $[\frac{min+m}{2}; max]$  dans lequel "y" est supposé se trouver et passer à l'étape 2, afin de calculer  $C_2$  ;
6. Après  $N$  étapes, une approximation à  $\frac{1}{2^N}(max - min)$  près de "y" est donnée par la valeur  $C_N$ .

Cette méthode peut facilement être utilisée sur les lois de distribution de probabilités cumulées, car elles sont, par définition, toujours monotonement croissantes sur l'intervalle  $]0;1[$ .

Cette méthode a été utilisée pour trouver les racines des polynômes nécessaires à la résolution des questions posées au § 3. Lorsqu'elle peut être utilisée, elle demande des volumes de calculs nettement inférieurs à la méthode de Monte-Carlo.

## 2.8 La méthode de Monte-Carlo

Les méthodes de Monte-Carlo constituent une vaste catégorie d'algorithmes qui utilisent des réalisations numériques aléatoires d'un modèle donné. Elles sont souvent utilisées pour résoudre des problèmes mathématiques ou physiques difficiles ou impossibles à résoudre par d'autres méthodes. Pour un aperçu de l'histoire et des applications des méthodes de Monte-Carlo, voir par exemple [14].

Des calculs complexes sont nécessaires pour résoudre plusieurs des questions abordées dans le présent document. Afin de simplifier ces calculs, nous avons utilisé la méthode de Monte-Carlo. Dans le cadre de cette étude, la détermination des centiles, des médianes ou des valeurs moyennes des distributions nécessite de résoudre des intégrales difficiles et de trouver les zéros d'équations polynomiales. Pour éviter cela, de grandes séries de réalisations aléatoires sont créées, ce qui permet de calculer ces centiles, médianes ou valeurs moyennes.

Cependant, l'utilisation des méthodes de Monte-Carlo nécessite l'utilisation d'un modèle qui représente raisonnablement bien les situations que l'on souhaite traiter. Pour ce faire, une modélisation appropriée est nécessaire. Ce n'est évidemment pas un problème dans le cas présent. En effet, dans le cadre de cette étude, la même modélisation appropriée est également nécessaire pour établir les équations à résoudre.

L'utilisation des méthodes de Monte-Carlo nécessite également l'utilisation de valeurs d'entrée aléatoires. Lorsque plusieurs valeurs aléatoires sont nécessaires pour produire un résultat de Monte-Carlo et que des corrélations entre elles s'appliquent dans la vie réelle, ces corrélations doivent être incorporées dans les valeurs d'entrée des calculs. Cela peut être un peu difficile à faire correctement. Dans notre cas, les résultats de Monte-Carlo sont d'un seul type : Les nombres distribués gaussiens. Par conséquent, aucune corrélation n'est à craindre.

Pour assurer la validité des conclusions, les séries aléatoires doivent être suffisamment nombreuses, en fonction de nombreux facteurs. Dans notre étude, nous avons calculé des séries de  $10^5$  à  $10^7$  nombres pour chaque situation. Chacune de ces séries a été divisée en sous-groupes. Cela nous permet de calculer la répétabilité des paramètres que nous déterminons. Cet écart-type de répétabilité est ensuite utilisé pour déterminer un intervalle de confiance (IC) pour chacune des déterminations, avec un coefficient d'élargissement égal à 2. Nous avons décidé d'arrêter les processus de Monte-Carlo lorsque nous avons considéré que l'IC était suffisamment petit pour chaque problème particulier à résoudre. Ces IC sont fournis dans les résultats lorsqu'ils sont pertinents et ont conduit à l'arrondissement des résultats fournis par cette étude.

## 3 Lois de distribution de $p_i$

### 3.1 Introduction

On rappelle que  $p_i$  est la probabilité de la  $i^{\text{ème}}$  valeur d'une série de  $N$  nombres uniformément distribués sur l'intervalle  $]0;1[$ . Elle est définie de la façon suivante :

- ✚ Chaque donnée  $D_i$  est une réalisation de la variable aléatoire  $d_i$  qui décrit l'ensemble des valeurs que la donnée  $D_i$  peut prendre ;
- ✚ La probabilité  $P_i$  est la probabilité cumulée de  $D_i$ . Elle est une réalisation de la variable aléatoire  $p_i$  (qui, par définition d'une probabilité, est définie sur l'intervalle  $]0;1[$  et qui découle de la variable aléatoire  $d_i$  ;
- ✚ Lorsque  $N = 1$ , la distribution de  $p_1$  est uniforme sur l'intervalle  $]0;1[$  ;
- ✚ Lorsque  $N > 1$ , pour une valeur de  $p_i$  donnée (abscisse dans la Figure 7), la probabilité qu'une autre valeur  $p_j$  soit inférieure à cette valeur est exactement  $p_i$  ;

- La répétition de ce phénomène entraîne que la distribution des  $p_i$  est binomiale, avec un nombre total d'essais égal à  $N-1$  et nombre de succès égal à  $i$ .

La validité de ce modèle a été confirmée par la méthode de Monte-Carlo.

La Figure 7 montre les distributions des densités de probabilité de  $p_i$  pour  $N = 1$ ,  $N = 2$  et  $N = 3$ .

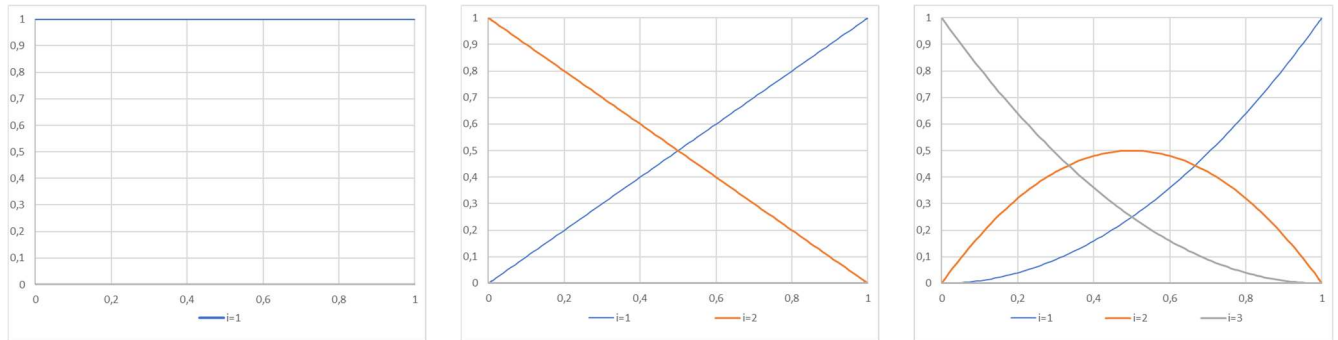


Figure 7. Densités de distribution de  $p_i$  pour  $N = 1$ ,  $N = 2$  et  $N = 3$

### 3.2 Equations pour $p_i$ , pour la valeur moyenne, les centiles et les médianes

Les courbes de la Figure 7 montrent la densité de probabilité d'être la  $i^{\text{ème}}$  donnée de  $p_i$  parmi une série de  $N$  valeurs comprises entre 0 et 1 en fonction de cette donnée :

- La somme de tous les  $p_i$  est égale à 1, car, dans tous les cas, tous les  $p_i$  sont des valeurs uniques ;
- L'aire sous toutes ces courbes est égale à  $1/N$ , car la somme de tous les  $p_i$  est égale à 1. Par conséquent, les densités de probabilité présentées dans la Figure 7 doivent être multipliées par  $N$  afin de normaliser la distribution.

Par conséquent, l'équation (9) représente les distributions de  $p_i$ .

$$d(p_i) = \binom{N}{i-1} \cdot p^{i-1} \cdot (1-p)^{N-i} \quad (9)$$

où " $i$ " est le rang de la donnée

" $d(p_i)$ " est la densité de probabilité pour un " $p$ " donné d'être la  $i^{\text{ème}}$  donnée " $p_i$ " la série

" $N$ " est le nombre total de données de la série.

Par exemple, la densité de probabilité qu'une donnée soit :

- Comme le montre la Figure 7 (courbe de droite), la 2<sup>e</sup> parmi 3 données appartenant à l'intervalle  $]0;1[$  est  $3 \cdot p_2 \cdot (1 - p_2)$  ;
- La 3<sup>e</sup> parmi de 4 données appartenant à l'intervalle  $]0;1[$  est  $12 \cdot p_3^2 \cdot (1 - p_3)$ .

La symétrie de la distribution binomiale (dans ce cas,  $i-1$  et  $N-i$ ) permet les affirmations suivantes :

- $d(p_i) = d(1-p_{N-i})$  ;
- Lorsque  $N$  est un nombre impair, la distribution  $d(p_i)$  de la valeur centrale  $i = (N + 1)/2$  est symétrique et centrée sur  $p = 0,5$ . Par conséquent, dans ces cas, la valeur moyenne et la valeur médiane sont toutes deux égales à 0,5. La Figure 7 (courbe de droite) illustre ce phénomène pour  $N = 3$  et  $i = 2$ .

À partir de cette fonction de distribution, les équations (10) et (11) permettent de calculer la valeur moyenne et les valeurs des centiles. L'équation (11) permet également de calculer la médiane, considérée comme la valeur du centile à 50 %.

$$m_i = \int_0^1 p \cdot d(p_i) dp \quad (10)$$

$$C_{i,c} = \int_0^c d(p_i) dp \quad (11)$$

where “ $d(p_i)$ ” is the distribution function described by Equation (9)

$m_i$  is the mean value of the distribution of rank “ $i$ ”

$C_{i,c}$  is the centile of the cumulative distribution function to be reached (example, 50% for the median value)

“ $c$ ” is the  $p_i$  value for which the desired centile is reached.

### 3.3 Calcul de la Moyenne des distributions de $p_i$

**Cas où  $i = N$  et où  $i = 1$**

Dans le cas où  $i = N$ , l'équation (10) devient :  $m_N = N \cdot \int_0^1 p^N dp$ , donc  $m_N = N \cdot \left[ \frac{p^{N+1}}{N+1} \right]_0^1$ , et comme  $m_N = 1 - m_1$  (voir plus haut) :

$$m_N = \frac{N}{N+1}$$

$$m_1 = \frac{1}{N+1}$$

où  $m_N$  est la valeur moyenne de la plus grande des données parmi les  $p_i$

où  $m_1$  est la valeur moyenne de la plus petite des données parmi les  $p_i$

“ $N$ ” est le nombre de données.

**Autres cas ( $i \neq 1$  et  $i \neq N$ )**

En utilisant l'équation (10), on peut trouver que  $m_i - m_{i-1} = \frac{1}{N+1}$ , quel que soit  $i$ . Nous pouvons en conclure l'équation (12):

$$m_i = \frac{i}{N+1} \quad (12)$$

où  $m_i$  est la valeur moyenne de la  $i^{\text{e}}$  valeur de  $p$

“ $N$ ” est le nombre de données.

Cela correspond à l'équation (5) avec “ $a$ ” = 0, et est cohérent avec Filliben 1975 [3].

**Conclusion :**

L'équation (12) nous permet de trouver facilement la valeur moyenne de la distribution des  $p_i$ , quels que soient  $N$  et  $i$ .

### 3.4 Calcul des centiles et des valeurs médianes des distributions de $p_i$

**Cas où  $i = N$  et où  $i = 1$**

Lorsque  $i = N$ , l'équation (11) devient :  $C_{N,c} = N \cdot \int_0^c p^{N-1} dp$ , donc  $C_{N,c} = N \cdot \left[ \frac{p^N}{N} \right]_0^c = c^N$ . Nous pouvons en conclure l'équation (13), comme suit :

$$C_{N,c} = c^{\frac{1}{N}} \quad (13)$$

où  $C_{N,c}$  est la valeur du centile "c" de la  $N^{\text{e}}$  valeur  $p$   
 "c" est le centile considéré.

Et, dans le cas de la médiane, pour lequel  $c = 0,5$ :

$$Med_N = 0,5^{\frac{1}{N}} \quad (14)$$

De la même façon que pour la moyenne, comme  $p_i = 1 - p_{N-i}$  (voir plus haut) :

$$Med_1 = 1 - 0,5^{\frac{1}{N}} \quad (15)$$

Ces valeurs ont été recommandées par Filliben 1975 [3], voir l'équation (3).

En utilisant le développement limité des polynômes, on peut démontrer que :

$$Med_1 \rightarrow \frac{\ln(2)}{N} \approx \frac{0,69315}{N} \text{ when } N \rightarrow \infty \quad (16)$$

#### Autres cas ( $i \neq 1$ et $i \neq N$ )

Dans les autres cas, l'équation (11) devient :

$$C_{i,c} = \binom{N}{i-1} \int_0^c p^{i-1} \cdot (1-p)^{N-i} dp \quad (17)$$

Pour la résoudre, cette équation requiert le développement de  $p^{i-1} \cdot (1-p)^{N-i}$ , qui inclut  $N+1$  termes, ce qui devient très vite fastidieux. Heureusement, les programmes de calcul sur ordinateur (y compris les tableurs) possèdent une fonction de calcul de la fonction Binomiale cumulative, qui calcule les valeurs de  $C_{i,c}$  en fonction de  $p$ ,  $i$  et  $N$ , sans qu'il soit nécessaire de trouver une primitive de l'intégrale de l'équation (17).

Quand  $i = N-1$ , l'équation (11) devient :

$$\begin{aligned} C_{i,c} &= \binom{N}{N-2} \int_0^c p^{N-1} \cdot (1-p) dp, \text{ et donc} \\ C_{i,c} &= N \cdot (N-1) \cdot \left[ \frac{p^N}{N} - \frac{p^{N-1}}{N-1} \right]_0^c, \text{ et donc} \\ (N-1) \cdot c^N - N \cdot c^{N-1} - C_{i,c} &= 0 \end{aligned} \quad (18)$$

où  $C_{i,c}$  est le centile  $C\%$  de la  $i^{\text{e}}$  valeur de  $p$   
 "N" est le nombre de valeurs  $p_i$ .

Pour chaque  $C_{i,c}$ , il est nécessaire de trouver la racine "c" de l'équation polynomiale (18) appartenant à l'intervalle  $]0;1[$ . Selon la "théorie des groupes" mathématique, cette équation ne peut pas être résolue directement dès que  $N-1 > 4$ . Un algorithme pour calculer les valeurs approchées est donc nécessaire pour trouver les solutions. Nous avons utilisé l'algorithme de recherche par dichotomie bien adapté dans cette situation (voir § 2.7)

Par exemple, pour calculer la valeur médiane dans le cas où  $N = 5$  et  $i = 4$ , l'équation  $5 \cdot Med^4 - 4 \cdot Med^5 - 0,5 = 0$  doit être résolue. La solution approchée est  $Med = 0,6862$ , trouvée par l'algorithme de recherche par dichotomie.



### 3.5 Utilisation des distributions $p_i$ dans les tracés de probabilité cumulées

La Figure 8 montre comment une valeur aléatoire se distribue pour devenir une  $i^{\text{ème}}$  valeur, et comment cette  $i^{\text{ème}}$  valeur est transformée en position  $z$  dans le cas d'une distribution gaussienne. Pour ce faire, le cas  $N = 7$  a été pris pour exemple.

Les ordonnées de Figure 8a représentent le rang de toutes les positions potentielles des valeurs, classées linéairement. La Figure 8b montre, à l'aide de flèches orange, comment la médiane de toutes les valeurs potentielles est transformée en un G-Rankit gaussien correspondant. Afin de ne pas alourdir la figure, les flèches ne sont représentées que pour le cas  $i=2$ . Mais les mêmes opérations peuvent être effectuées pour tous les autres  $i$ , ce qui permet de trouver les centiles 10%, 50% (médiane) et 90% pour chacune de ces valeurs  $i$ . Dans cet exemple, on peut voir sur la Figure 8c que :

- ✚ Les valeurs des centiles 10% - 50% - 90% de  $p_2$  lorsque  $N = 7$  sont 0,095 - 0,23 - 0,45. En d'autres termes, la médiane de  $p_2$  est 0,23 et 80% des  $p_2$  appartiennent à l'intervalle [0,095;0,45] ;
- ✚ Les valeurs des centiles 10 % - 50 % - 90 % de  $z_2$  lorsque  $N = 7$  sont -1,41 - -0,74 - -0,13. En d'autres termes, la médiane de  $z_2$  est 0,23 et 80% des  $z_2$  appartiennent à l'intervalle [-1,41;-0,13].

Cet exemple montre clairement que :

- ✚ Lorsque l'on trace des courbes de probabilité, le véritable  $p_i$  de chaque valeur est inconnu. Il est donc nécessaire d'utiliser des valeurs de  $P_i$  qui constituent une sorte de valeur "moyenne" appropriée représentant la distribution de  $P_i$ . Dans le meilleur des cas, un segment représentant l'IC (Intervalle de Confiance) sur  $P_i$  pourrait être tracé au lieu d'un simple point, mais cela est difficile à réaliser dans la pratique car les limites de l'IC dépendent à la fois de  $i$  et de  $N$  et nécessitent des calculs difficiles ;
- ✚ La transformation binomiale et la transformation gaussienne ont toutes deux des effets d'asymétrie, mais opposés l'un à l'autre. Ces deux asymétries se compensent plus ou moins, de sorte que le résultat médian de  $z_2$  n'est pas loin d'être au centre de l'intervalle IC80%. Il s'agit d'une situation fortuite et, comme elle affecte fortement le choix du  $P_i$  approprié parmi toutes les possibilités, elle doit être soigneusement examinée lorsqu'un tel choix doit être fait ;
- ✚ Lorsqu'un effet d'asymétrie est présent sur le résultat final  $z_2$ , la valeur moyenne  $m_i$  n'est pas un bon candidat pour  $P_i$ . C'est par exemple le cas des faibles valeurs des distributions S (voir § 2.6), pour lesquelles les asymétries de la courbe de l'étape 1 et de la courbe de l'étape 2 se cumulent au lieu de se compenser.

Figure 8a. Distributions cumulées de  $p_i$  pour  $N = 7$   
(abscisses :  $p_i$ , courbe verte :  $i=2$ )

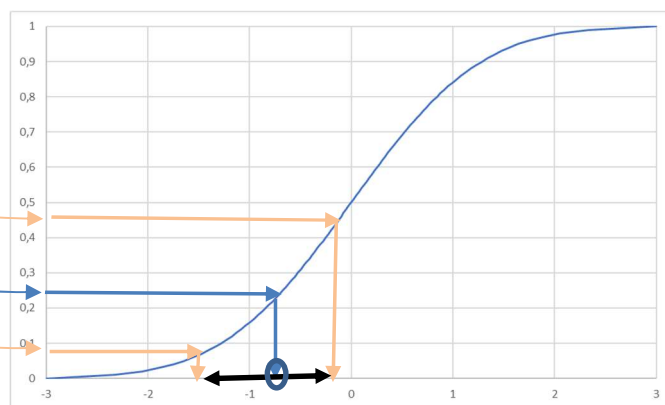
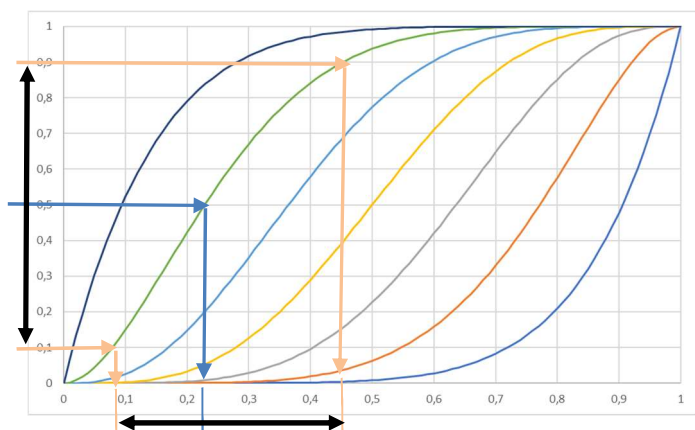


Figure 8b. Distribution Gaussienne cumulée

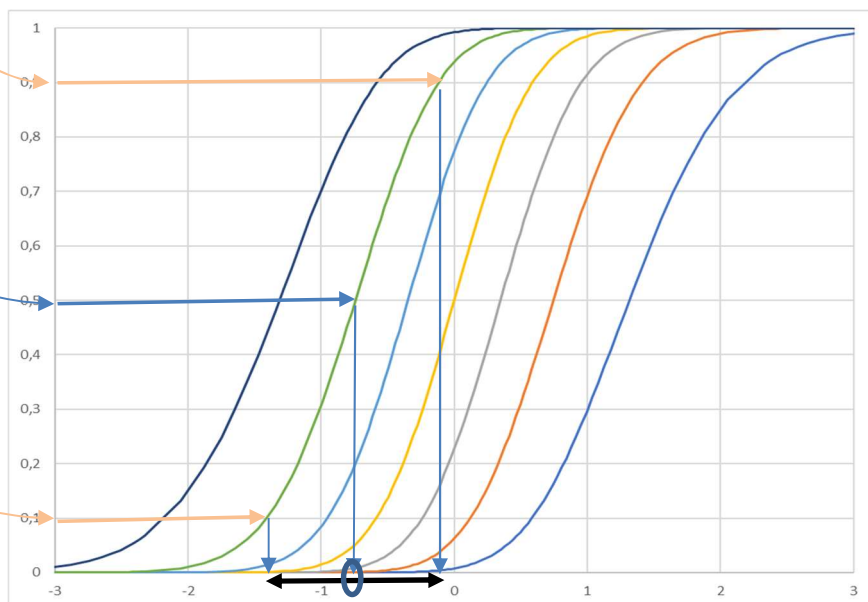


Figure 8c: Distributions de  $z_i$  pour  $N = 7$ ,  $i = 1$  à 7 pour une distribution Gaussienne

### 3.6 Conclusions

Les distributions de probabilité des valeurs aléatoires ordonnées à partir de distributions uniformes peuvent être modélisées par des distributions binomiales (voir l'équation (9)).

Les valeurs moyennes de  $P_i$  peuvent être déterminées à l'aide de l'équation (5) avec "a" = 0.

Les valeurs approchées des centiles et, parmi elles, les valeurs médianes des distributions  $p_i$  peuvent être facilement déterminées à l'aide de l'algorithme de recherche par dichotomie.

Lorsque le type de distribution de la population est inconnu, les valeurs médianes sont mieux adaptées que les valeurs moyennes pour déterminer les valeurs de  $P_i$  appropriées. Les valeurs des centiles des distributions  $p_i$  (typiquement  $c = 0,1$  et  $c = 0,9$ ) peuvent être utilisées pour déterminer les intervalles de confiance pour  $P_i$ , quelle que soit la forme de la distribution.

## 4 Plan d'expériences

### 4.1 Introduction à propos des valeurs de $P_i$ appropriées pour être utilisées dans les tracés de probabilités cumulées

On peut conclure de ce qui précède que :

- ✚ Le choix d'une valeur  $P_i$  (B-rankit la  $i^{\text{ème}}$  valeur) représentant les distributions  $p_i$  est nécessaire pour le tracé des probabilités cumulées ;
- ✚ Les valeurs moyennes des distributions  $p_i$  sont faciles à calculer mais ne sont probablement pas les choix les plus appropriés pour  $P_i$  ;
- ✚ Les valeurs médianes des distributions  $p_i$  sont dans la plupart des cas probablement plus appropriées mais sont plus difficiles à déterminer ;
- ✚ Les équations généralement utilisées (voir § 1) sont des approximations linéaires et pourraient peut-être être améliorées.

### 4.2 Plan d'expériences pour la présente étude

En rapport avec les objectifs de cette étude, les investigations suivantes ont été effectuées :

- ✚ Déterminer les distributions de  $p_i$  pour  $N = 2$  à 30. Ces distributions ont été caractérisées par leurs valeurs moyennes et leurs centiles 0,5%, 1%, 5%, 10%, 50% (médiane), 90%, 95%, 99% et 99,5%. Pour ce faire, l'équation (11) a été utilisée pour les valeurs moyennes et l'algorithme de recherche par dichotomie pour les centiles ;
- ✚ Déterminer les distributions  $z_i$  pour  $N = 2$  à 30 pour la distribution gaussienne, caractérisées par leurs valeurs moyennes et leurs centiles 5%, 50% (médiane) et 95%. Ces déterminations ont été réalisées à l'aide de la méthode de Monte-Carlo ;
- ✚ Déterminer les distributions  $zr_i$  pour  $N = 2$  à 30 pour la distribution de l'écart type, caractérisées par leurs valeurs moyennes quadratiques, leurs valeurs moyennes et leurs centiles 5 %, 50 % (médiane) et 95 %. Ces déterminations ont été réalisées à l'aide de la méthode de Monte-Carlo ;
- ✚ Vérifier pour chaque cas laquelle des méthodes habituelles est la plus appropriée pour déterminer  $P_i$  (B-rankit) ;

- ✚ Si nécessaire, proposer des équations adéquates pour déterminer de meilleures approximations de  $P_i$  et leurs intervalles de confiance.

## 5 Résultats et discussions

### 5.1 Détermination des distributions de $p_i$ pour $N = 2$ à 30

#### 5.1.1 Résultats pour les distributions de $p_i$

Les résultats détaillés de distributions de  $p_i$  pour  $N = 2$  à 30 sont présentés en annexe, Tableau A1. Les Figure 9a à Figure 9d montrent les valeurs moyennes, médianes et différents centiles de  $p_i$  pour différentes valeurs de  $N$ .

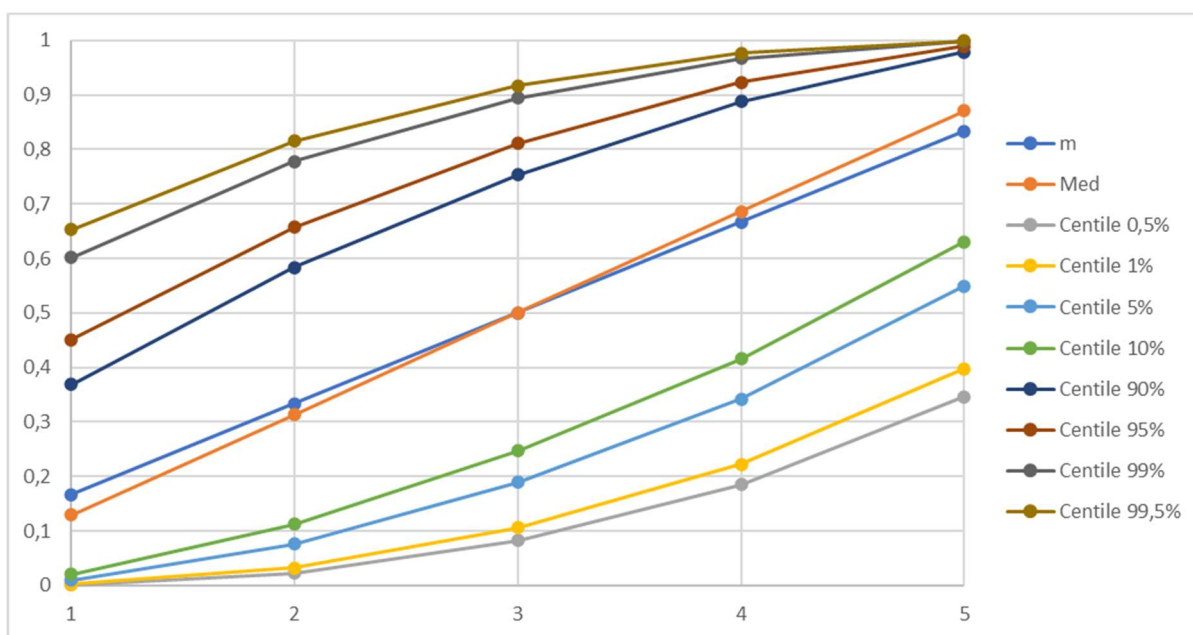


Figure 9a. Valeur moyenne "m", valeur médiane "Med" et différents centiles de  $p_i$  en fonction de  $i$  pour  $N=5$

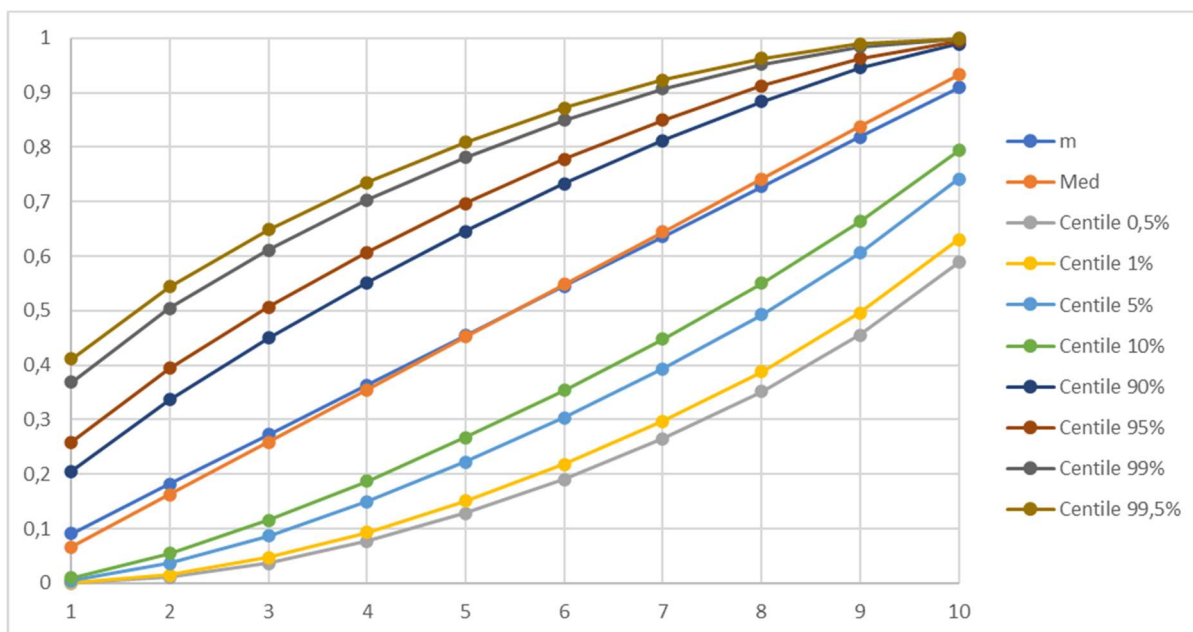
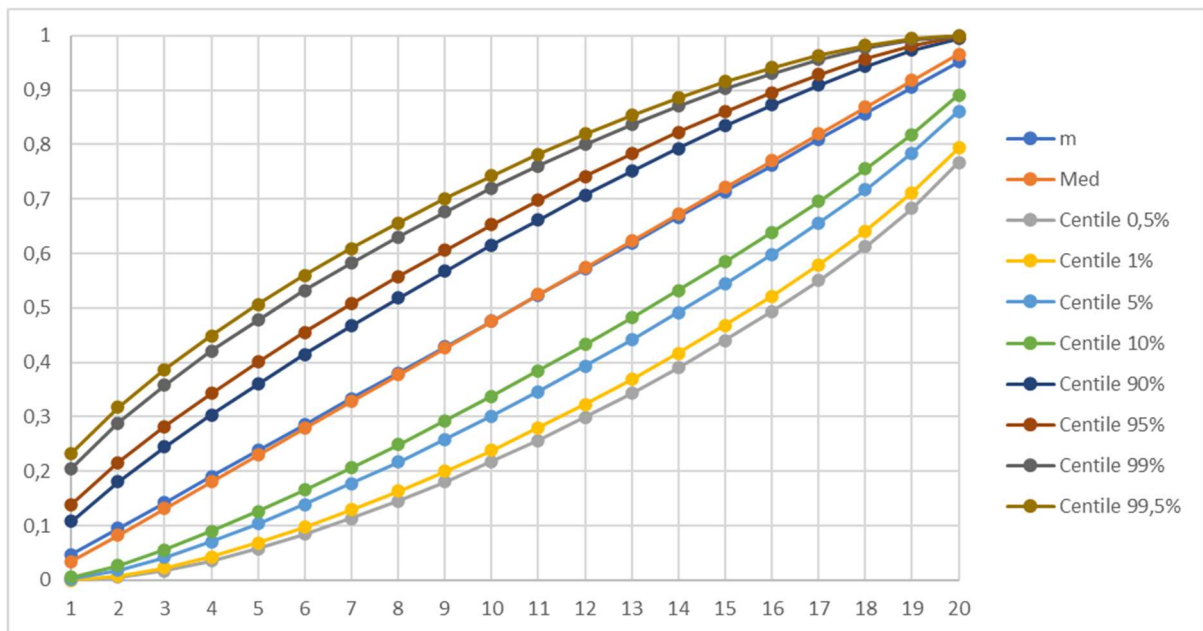
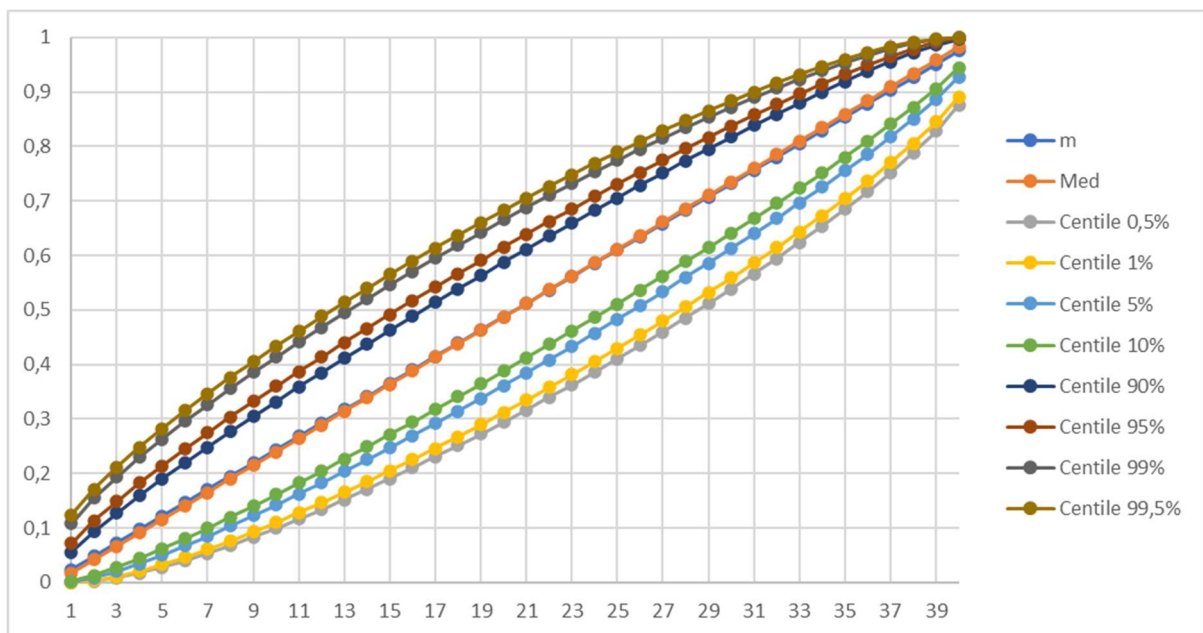


Figure 9b. Valeur moyenne "m", valeur médiane "Med" et différents centiles de  $p_i$  en fonction de  $i$  pour  $N=10$ 

Figure 9c. Valeur moyenne "m", valeur médiane "Med" et différents centiles de  $p_i$  en fonction de  $i$  pour  $N=20$ 

Figure 9d. Valeur moyenne "m", valeur médiane "Med" et différents centiles de  $p_i$  en fonction de  $i$  pour  $N=40$ 

Ces figures montrent clairement que :

- ✚ Les valeurs moyennes et les valeurs médianes sont toutes deux égales à 0,5 pour  $i = \frac{N+1}{2}$ , quel que soit  $N$ , quand  $i$  est un nombre impair. Lorsque  $i$  est un nombre pair, les deux courbes des valeurs médianes et des valeurs médianes coupent l'ordonnée 0,5 pour l'abscisse  $\frac{N+1}{2}$ ;
- ✚ Les courbes des valeurs moyennes et des médianes sont toutes deux très proches de la ligne droite. Les pentes des lignes médianes sont légèrement supérieures aux pentes des lignes moyennes. Elles tendent vers les mêmes valeurs lorsque  $N$  augmente ;
- ✚ En raison de la symétrie de la loi binomiale,  $C_{\alpha,i} = C_{1-\alpha,N-i}$ , quel que soit le pourcentage  $\alpha$  du centile,  $i$  et  $N$ .

### 5.1.2 Approximations linéaires des valeurs médianes en fonction de i et N

#### Equations utilisant les propositions du § 3.2

$Med_1$  (valeur médiane pour  $i=1$ ) et  $Med_N$  (valeur médiane pour  $i=N$ ) peuvent être trouvées facilement en utilisant les équations (14) et (15), quel que soit N.

Comme nous l'avons vu au § 3.4, les calculs des valeurs de  $Med_i$  sont beaucoup plus compliqués pour les valeurs de i variant de  $i=2$  à  $i=N-1$ . Cependant, ces valeurs médianes semblent se répartir très près de la ligne droite reliant  $Med_1$  et  $Med_N$ , comme le montre la Figure 10.

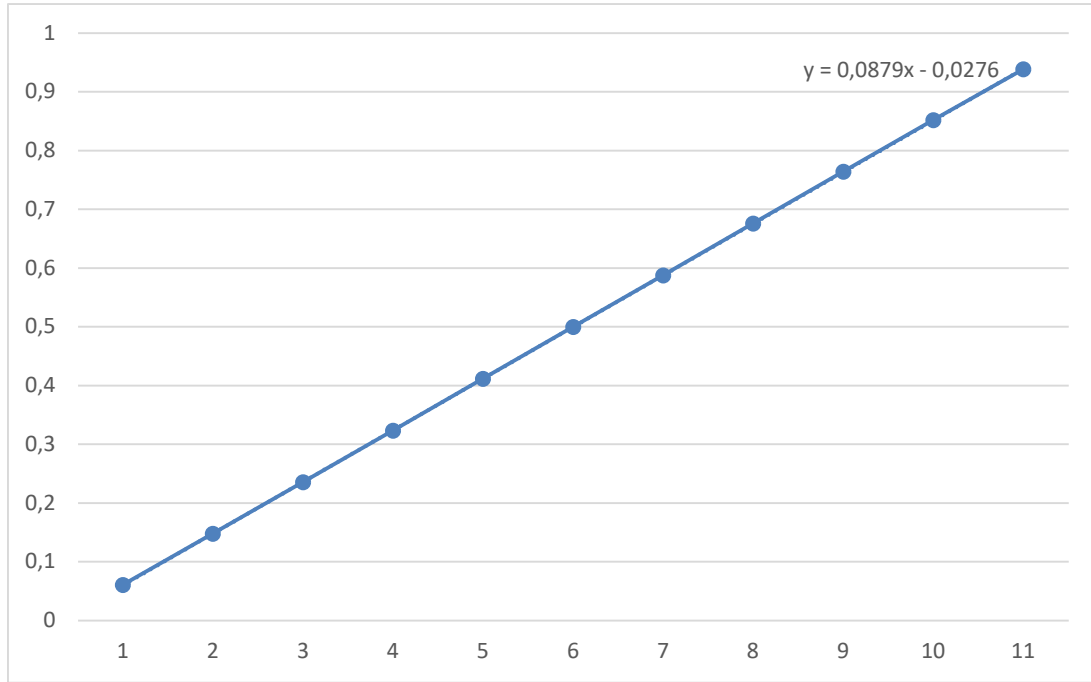


Figure 10: Valeurs médianes de  $p_i$  en fonction de i pour N=11

En conséquence,  $Med_i$  peut être calculée en utilisant l'équation  $Med_i = \frac{Med_N - Med_1}{N-1} \cdot (i-1) + Med_1$  où  $Med_N = 0,5^{\frac{1}{N}}$  et  $Med_1 = 1 - 0,5^{\frac{1}{N}}$  (voir les équations (14) et (15)). L'équation générale (19) peut être trouvée en les combinant comme suit :

$$Med_i = \frac{2 \times 0,5^{\frac{1}{N}} - 1}{N-1} \cdot (i-1) + (1 - 0,5^{\frac{1}{N}}) \quad (19)$$

En la combinant avec l'équation (6), l'équation (19) peut également être exprimée dans la forme de l'équation (5) (c.à.d.  $P_i = \frac{i-a}{N+1-2a}$ ) avec le coefficient "a" déterminé avec l'équation (20), comme suit.

$$a = 0,5 \cdot \left( N + 1 - \frac{N-1}{2 \times 0,5^{\frac{1}{N}} - 1} \right) \quad (20)$$

Cette équation (19) produit des valeurs de  $Med_i$  à 0,001 près, pour N inférieur ou égal à 100.

Quand  $N \geq 23$ , l'équation (16) peut être utilisée pour simplifier l'équation(20), en gardant la même précision de détermination de  $Med_i$  (à 0,001 près) :



$$a = 1 - \ln(2) \left( 1 + \frac{1}{N} \right) \quad (21)$$

Il est rappelé que  $\ln(2) \approx 0,69315$ .

Quand N est grand, il peut être facilement montré à partir de l'équation (21) que "a" tend vers 0,3069.

Quand une meilleure approximation est nécessaire, la pente de droite peut être corrigée avec un coefficient empirique que nous avons déterminé comme égal à  $K_N = 1 + \frac{1}{20N+100}$ . L'équation (20) doit donc être corrigée en une équation (22), comme suit :

$$a = 0,5 \cdot \left( N + 1 - \frac{N - 1}{\left( 2 \times 0,5^{\frac{1}{N}} - 1 \right) \left( 1 + \frac{1}{20N + 100} \right)} \right) \quad (22)$$

L'équation (5) avec les valeurs de "a" issues de l'équation (22) produit des valeurs de  $Med_i$  à 0,0002 près pour N inférieur ou égal à 100. Cette précision est aussi bonne que si une équation polynomiale de degré 3 était utilisée pour approximer  $P_i$  en fonction de N au lieu d'une ligne droite comme proposé ci-dessus.

La Figure 11 montre l'évolution de a en fonction de N :

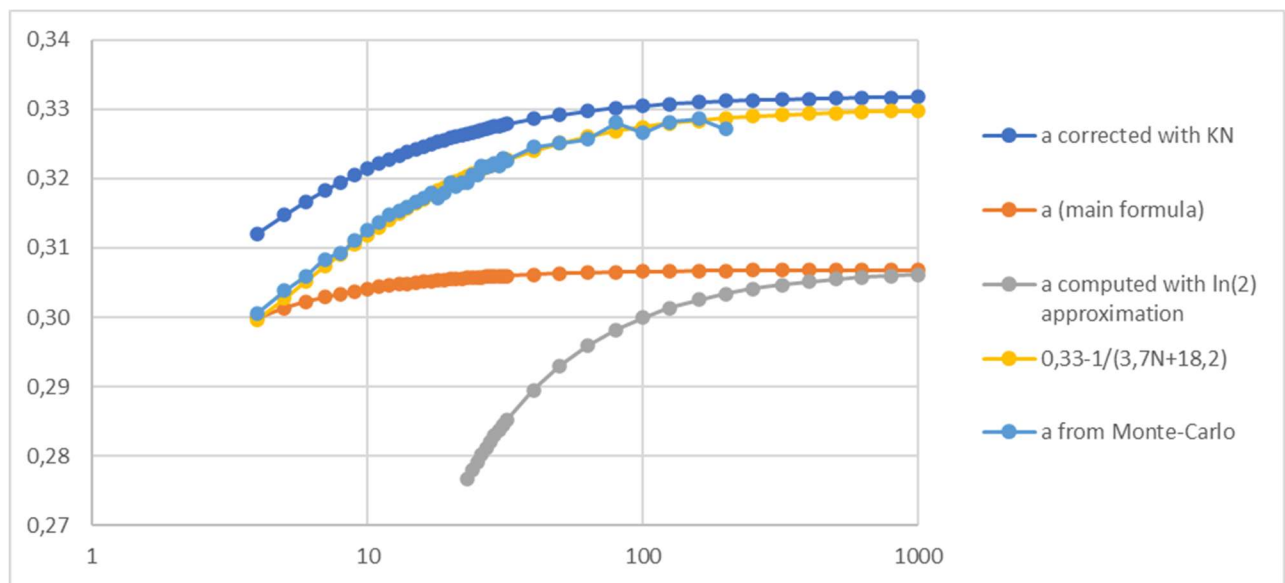


Figure 11: Valeurs de "a" en fonction de N, selon 5 modes de calcul différents

Conclusion : Quand N est grand, "a" tend vers 0,3069 avec l'équation (20) et vers 0,331 avec l'équation (22).

### Détermination de "a" par régression linéaire, avec la méthode de Monte-Carlo

La détermination de "a" a également été effectuée en utilisant les paramètres de régression de  $P_i$  définis comme les valeurs médianes des distributions de  $p_i$ . Pour ce faire, des séries de valeurs de  $p_i$  ont été créées au hasard et ordonnées. Les droites de régression des valeurs  $P_i$  correspondantes ont été déterminées. Les valeurs de "a" correspondant à ces droites de régression ont ensuite été déterminées. Cela permet de déterminer les valeurs moyennes globales de "a" en fonction de N. Le Tableau 4 et la Figure 12 fournissent les résultats de ces déterminations.

Tableau 4. Valeurs moyennes de "a" de l'équation (5) obtenues par régression linéaire des distributions de  $p_i$  en fonction de N.

N	"a"	2u	N	"a"	2u	N	"a"	2u
4	0,30062	0,00052	18	0,31709	0,00071	32	0,32262	0,00094
5	0,30382	0,00051	19	0,31789	0,00075	40	0,32455	0,00148
6	0,30594	0,00053	20	0,31931	0,00078	50	0,32504	0,00185
7	0,30837	0,00055	21	0,31880	0,00081	63	0,32560	0,00102
8	0,30932	0,00060	22	0,31937	0,00087	80	0,32808	0,00145
9	0,31101	0,00057	23	0,31945	0,00086	100	0,32658	0,00127
10	0,31254	0,00055	24	0,32045	0,00082	125	0,32814	0,00222
11	0,31370	0,00053	25	0,32043	0,00075	160	0,32864	0,00364
12	0,31470	0,00058	26	0,32186	0,00080	200	0,32712	0,00356
13	0,31525	0,00061	27	0,32167	0,00060	250	0,31947	0,00629
14	0,31583	0,00065	28	0,32178	0,00085	320	0,32538	0,00605
15	0,31654	0,00070	29	0,32210	0,00088	400	0,32158	0,00707
16	0,31718	0,00063	30	0,32184	0,00115	500	0,32289	0,00883
17	0,31798	0,00068	31	0,32289	0,00092			

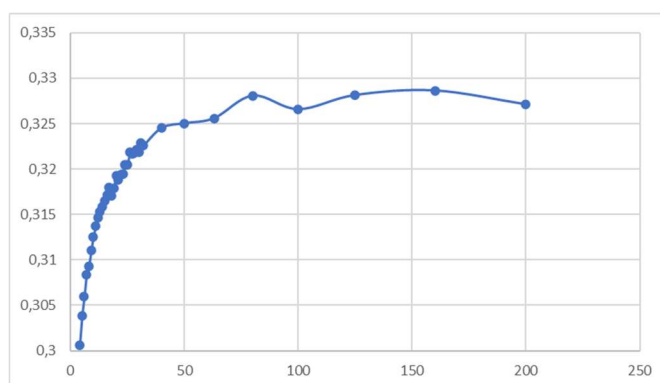


Figure 12: Valeurs moyennes de "a" de l'équation (5) obtenues par régression linéaire des distributions de  $p_i$  en fonction de N.

Pour  $N > 200$ , les valeurs médianes de "a" tendent vers une limite d'environ 0,33. Les volumes de calcul nécessaires pour obtenir des déterminations précises deviennent énormes, alors qu'elles ne sont pas nécessaires car, dans ces situations, une variation de 0,01 dans "a" n'a pratiquement aucun effet sur l'utilisation ultérieure des valeurs de  $P_i$ . Les légères irrégularités que l'on peut observer pour de grandes valeurs de N sont liées à ce manque de précision.

L'équation (23) fournit des approximations précises des résultats du Tableau 4. Les valeurs "a" correspondantes semblent suffisamment précises par rapport à  $N + 1 - 2a$  (dénominateur de l'équation (5)), quel que soit N.

$$a = 0,33 - \frac{1}{3,7 \cdot N + 18,2} \quad (23)$$

Où : "N" est le nombre total de données de la série.

La Figure 11 montre que les équations (22) et (23) mènent à de résultats très proches lorsque  $N \rightarrow \infty$ .

En plus des valeurs médianes, cette méthode fournit les écarts types de "a". Ceci est intéressant car cela donne une information sur la dispersion avec laquelle "a" peut varier autour de sa valeur médiane. La Figure 13 présente les résultats de cette évaluation.



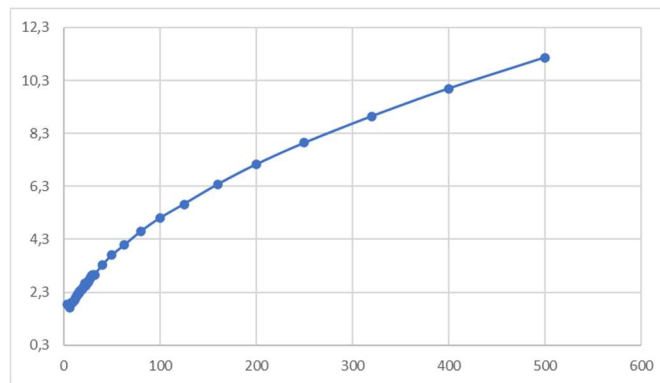


Figure 13: Ecart-types de "a" de l'équation (5) obtenus par régression linéaire pour les distributions de  $p_i$ , en fonction de N.

L'équation (24) est apparue comme fournissant une approximation correcte des écart-types des valeurs de "a" en fonction de N, pour  $N > 8$ .

$$\sigma_a = \sqrt{0,25 \cdot N + 1,3} \quad (24)$$

Où : "N" est le nombre total de données de la série.

Dans tous les cas,  $\sigma_a > 1,7$ , ce qui veut dire que la largeur de l'IC (avec  $k=2$ ) sur "a" est toujours supérieur à  $\pm 3,4$ , ce qui est énorme comparé aux différences entre les valeurs recommandées ( $0 \leq i \leq 1$ , voir § 2.2).

### 5.1.3 Approximations polynomiales des valeurs des centiles en fonction de i et N

#### Détermination des valeurs des centiles :

Comme on peut le voir clairement sur la Figure 9, les valeurs des centiles ne peuvent pas être approximées avec précision par des lignes droites, contrairement aux valeurs médianes. Pour surmonter cette difficulté, nous avons expérimenté des approximations avec des polynômes de degrés variant de 2 à 6, comme suit :

$$C_{i,N,\alpha} = c_2 \cdot i^2 + c_1 \cdot i + c_0$$

$$C_{i,N,\alpha} = c_6 \cdot i^6 + c_5 \cdot i^5 + c_4 \cdot i^4 + c_3 \cdot i^3 + c_2 \cdot i^2 + c_1 \cdot i + c_0$$

où :

$i$  est le rang de la donnée d'une série ordonnée de N termes

$c_j$  sont des coefficients dépendant de N et  $\alpha$

$\alpha$  est la proportion cumulée à atteindre.

Cette tentative a produit des résultats qui ne peuvent pas être facilement modélisés. La meilleure façon de les déterminer est de les calculer à l'aide de l'algorithme de recherche par dichotomie, comme expliqué au paragraphe § 2.7.

#### Détermination des valeurs des centiles $\alpha = 5\%$ :

Une tentative de calcul d'une formule fournissant des coefficients  $a_i$  en fonction de N a également été effectuée pour le centile  $\alpha = 5\%$ , pour des valeurs de  $N = 3$  à 100.

L'équation (25) est le résultat de ces calculs :

$$C_{i,N,5\%} = c_2 \cdot i^2 + c_1 \cdot i + c_0 \quad (25)$$

où :

$$c_2 = (0,6728 \times N + 1,0942)^{-0,395}$$

$$c_1 = \frac{(0,31966 \times N - 0,1196) \times (N - 5,321)}{N^{2,8}}$$

$$c_0 = \frac{(0,07291 \times N - 0,3387) \times (N - 3,986)^{-0,2667}}{N}$$

Ces équations fournissent des valeurs approximatives de  $C_{i,N,5\%}$  à 0,01 près lorsque  $i < 0,9 \cdot N$ . Lorsque  $i > 0,9 \cdot N$ , les approximations de  $C_{i,N,5\%}$  sont approchés à 0,02 près.

Notez que dans la plupart des cas, pour  $i < 0,1 \cdot N$ , les approximations à 0,01 près ne sont pas du tout suffisantes pour fournir des informations utiles. Typiquement, si ces centiles sont utilisés pour une loi gaussienne inverse, de faibles valeurs de  $i$  sont utilisées dans les queues de la distribution gaussienne où chaque incrément de 0,001 a un impact énorme sur l'intervalle de confiance calculé. Dans ces cas, l'algorithme de recherche par dichotomie devrait toujours être utilisé.

#### Intervalles de confiance sur les valeurs de $p_i$ pour les $i$ médians :

L'équation (25) avec  $i = N/2$  peut évidemment être utilisée pour calculer les intervalles de confiance (90% bilatéral) sur  $p_i$  à 0,01 près. Pour d'autres valeurs  $1-\alpha$  ou pour une meilleure précision, les résultats des tableaux A1 et A2 en annexe peuvent être utilisés. Il convient de noter que ces tableaux fournissent des centiles (unilatéraux), alors que les intervalles de confiance sont délimités bilatéralement. Par exemple, pour déterminer des intervalles de confiance de 90%, il faut utiliser les centiles 5% et 95%.

Lorsque  $N$  est un nombre pair, la médiane est une valeur moyenne de 2 termes dont les intervalles de confiance ne sont pas symétriques, même s'ils sont de même largeur : il faut alors les combiner pour former l'intervalle de confiance de la médiane. Une mesure de Monte-Carlo de l'écart-type  $\sigma_{Med,N}$  des estimations de la médiane incluant les nombres impairs pour  $N$  et leur nombre pair immédiatement suivant a donné les résultats présentés dans la Figure 14.

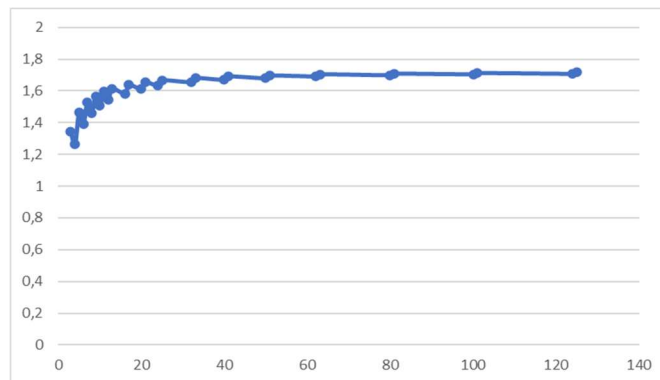


Figure 14: Rapport des écarts-types  $\sigma_{Med,N} / \sigma_{Mean,N}$ ,  
où  $\sigma_{Med,N}$  sont les écarts-types des estimations des médianes  
et  $\sigma_{Mean,N}$  sont les écarts-types des estimations des valeurs moyennes, en fonction de  $N$ .

On peut constater que :

- Les intervalles de confiance sur les valeurs médianes sont plus étroits lorsque N est un nombre pair que lorsque N est un nombre impair ;
- La différence entre les deux est significative lorsque N est faible (exemple : -8,3% entre N=3 et N=4), et se réduit lorsque N augmente jusqu'à devenir quasi insignifiante.

La Figure 15 présente les résultats de l'équation  $\frac{(\sigma_{Med,N} - \sigma_{Med,N+1}) \times N}{\sigma_{Med,N} + \sigma_{Med,N+1}}$ , qui a été construite pour montrer l'évolution de ces différences en fonction de N.

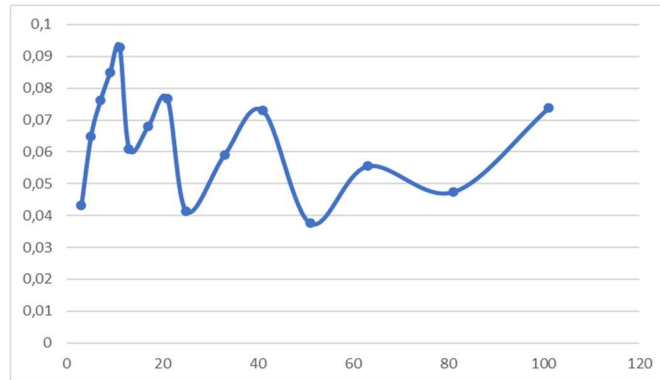


Figure 15: Valeurs de  $\frac{(\sigma_{Med,N} - \sigma_{Med,N+1}) \times N}{\sigma_{Med,N} + \sigma_{Med,N+1}}$  en fonction de N, avec des valeurs impaires de N.

Cette courbe suggère que, malgré des variations individuelles importantes selon N, les différences d'intervalles de confiance sur les médianes entre  $N_{odd}$  et  $N_{odd}+1$  sont de l'ordre de  $\frac{0,06 \cdot \sigma_{Med,N}}{N}$ .

#### Intervalles de confiance sur les valeurs de $p_i$ pour les $i$ médians, en utilisant le rapport $\sigma_{Med,N}/\sigma_{Mean,N}$ :

L'équation (26) a été établie pour fournir des approximations du ratio  $\sigma_{Med,N}/\sigma_{Mean,N}$  à 0,01 près, pour  $N > 6$ .

$$\frac{\sigma_{Med,N}}{\sigma_{Mean,N}} = 1,732 - \frac{1,45}{N} \quad (26)$$

où :

$\sigma_{Med,N}$  est l'écart-type des estimations de la médiane des données médianes parmi les N données (càd. pour  $i = N/2$ ),

$\sigma_{Mean,N}$  est l'écart-type des estimations de la moyenne des données médianes parmi les N données (càd. pour  $i = N/2$ )

L'équation (26) montre que  $\sigma_{Med,N}/\sigma_{Mean,N} \rightarrow \sqrt{3}$  lorsque  $N \rightarrow \infty$ , supérieur à 1,5, qui est généralement admis pour ce rapport. Comme l'écart-type d'une distribution quadratique de largeur égale à 1 est de  $1/2\sqrt{3}$ , il s'ensuit que  $\sigma_{Med,N} \rightarrow 1/2N$  lorsque  $N \rightarrow \infty$ . Cependant, comme la distribution de référence est uniforme, les valeurs z de la distribution gaussienne ne peuvent pas être utilisées pour calculer des intervalles de confiance en élargissant les écarts types, du moins pour les faibles valeurs de N. En plus des résultats du § 5.1.1, les distributions  $p_i$  ont été calculées par l'algorithme de recherche par dichotomie pour une sélection de  $i$  valeurs pour lesquelles  $i = (N + 1)/2$  (valeurs médianes de N). Les résultats correspondants figurent dans le tableau A2 de l'annexe.

Il ressort de ces résultats que l'approximation gaussienne fournit les limites des intervalles IC :

- À 0,01 près lorsque  $N > 11$  pour le niveau de confiance de 80 % ;
- À 0,001 près lorsque  $N > 50$  pour le niveau de confiance de 80 % ;
- À 0,01 près lorsque  $N > 38$  pour un niveau de confiance de 99 % ;
- À 0,001 près lorsque  $N > 180$  pour le niveau de confiance de 99 % ;

Lorsque ces conditions ne sont pas remplies, l'utilisation de l'approximation gaussienne fournit une détermination pessimiste des limites de confiance (c'est-à-dire que l'intervalle de confiance réel est meilleur que l'intervalle calculé). Dans ce cas, les résultats du tableau A2 de l'annexe peuvent être utilisés pour obtenir une détermination plus précise.

#### 5.1.4 Conclusions pour les distributions de $p_i$

La distribution des valeurs appropriées pour  $P_i$  en fonction de  $i$  est très proche d'une ligne droite. Les différences entre les valeurs vraies de  $P_i$  et leurs approximations linéaires sont inférieures à 0,01 lorsque les équations habituelles sont utilisées, et inférieures à 0,001 lorsqu'une équation améliorée est utilisée pour déterminer "a" en fonction de  $N$ . Il n'est donc pas nécessaire d'utiliser des fonctions d'approximation plus compliquées (par exemple un polynôme de degré supérieur) pour trouver une valeur "a" adéquate.

Les valeurs  $P_i$  habituellement recommandées (voir les équations (2) et (3)) sont proches des valeurs médianes des distributions de  $p_i$ .

Les vraies valeurs médianes que nous avons calculées sont très proches des lignes droites qui relient  $P_1$  et  $P_N$ . Nous avons ensuite proposé deux équations un peu plus sophistiquées que les équations classiques (voir les équations (5),(20),(22) et plus encore (23)), qui produisent des résultats plus proches des valeurs médianes des distributions de  $p_i$ .

Lorsque  $N$  est grand (typiquement plus de 30), la dispersion sur "a" est si importante qu'il n'est pas nécessaire de choisir une valeur précise de "a".

Quoi qu'il en soit, la question de savoir quel paramètre central des distributions de  $p_i$  est pertinent ne peut être résolue à ce stade et doit être examinée en fonction de la loi de distribution suivie par les données à traiter. Comme nous le verrons plus loin au § 5.2 et au § 5.3, les formes de distribution de  $p_i$  et les formes de distribution des données interagissent de sorte que les valeurs de "a" doivent être déterminées pour chaque cas spécifique. Lorsque cette interaction est inconnue pour la distribution des données en question, choisir une équation qui produit des valeurs de  $P_i$  proches de la médiane est une bonne solution, car la médiane est conservée lors des transformations inverses, et donc les "D-rankits" (rankits après transformation inverse dans la distribution "D") ainsi produits sont également médians, et donc acceptables dans tous les cas, même s'ils ne sont pas totalement optimisés.



Nous avons déterminé un polynôme empirique de degré 2 (voir l'équation (25)) qui produit des valeurs approximatives des centiles 5% des distributions de  $p_i$  à 0,01 près, pour  $N \leq 100$ . Cette méthode peut être utilisée pour déterminer les intervalles de confiance des tracés de probabilités cumulées, en particulier lorsque la distribution n'est pas Gaussienne.

Nous avons également déterminé une équation empirique (voir l'équation (26)) pour déterminer l'IC sur les valeurs médianes de  $p_i$ , qui peut être utilisée pour déterminer l'IC des valeurs médianes de n'importe quelle distribution, dès lors que sa fonction cumulative est connue.

## 5.2 Distributions de $z_i$ pour $N = 2$ à 30 pour les distributions gaussiennes

### 5.2.1 Introduction

Selon les § 2.1, § 2.4 et § 2.5, les tracés de probabilités cumulées peuvent être utilisés pour :

-  Vérifier la normalité de la distribution ;
-  Détecter les éventuelles valeurs aberrantes ;

Estimer les valeurs moyennes et les écarts types à l'aide de régressions linéaires.

Les G-rankits appropriés pour ces trois utilisations peuvent être différents.

Pour vérifier la normalité de la distribution, les courbes enveloppes correspondant à un niveau de confiance fixé sont appropriées : elles peuvent être utilisées pour vérifier si une ligne droite peut être tracée à l'intérieur de ces courbes enveloppes. Pour détecter les valeurs aberrantes, les courbes enveloppes sont également pertinentes : leur utilisation permet de vérifier si la distribution peut être considérée comme gaussienne en supprimant un nombre limité de points, comme le montre la Figure 3.

L'ordonnée à l'origine de la droite de régression est nécessaire pour estimer la valeur moyenne d'une distribution gaussienne, tandis que la pente est nécessaire pour estimer son écart-type. Ces deux questions sont traitées dans le présent § 5.2.

La méthode de Monte-Carlo a été utilisée pour déterminer la pente et l'ordonnée à l'origine (valeurs moyenne et médiane) des droites de corrélation entre les  $z_i$  affichés ci-dessus (tracés en tant que valeurs "y") et les valeurs  $P_i$  (B-rankits) conformément au § 3 (tracés en tant que valeurs "x") de la manière suivante :

1.  $P_i$  défini selon l'équation (1):  $P_i = \frac{i-0,5}{N}$  ;
2.  $P_i$  défini selon l'équation (2):  $P_i = \frac{i-\frac{3}{8}}{N+\frac{1}{4}}$  ;
3.  $P_i$  défini selon l'équation (3):  $P_i = \frac{i-0,3175}{N+0,365}$ ,  $P_N = 0,5\frac{1}{N}$ ,  $P_1 = 1 - P_N$  ;
4.  $P_i$  défini selon l'équation (19):  $P_i = \frac{i-a}{N+1-2a}$  avec  $a = 0,5 \cdot \left( N + 1 - \frac{N-1}{2 \times 0,5\frac{1}{N}-1} \right)$  ;
5.  $P_i$  défini selon l'équation (22):  $P_i = \frac{i-a}{N+1-2a}$  avec  $a = 0,5 \cdot \left( N + 1 - \frac{N-1}{\left( 2 \times 0,5\frac{1}{N}-1 \right) \left( 1 + \frac{1}{20N+1} \right)} \right)$  ;
6.  $P_i$  défini selon l'équation (23) :  $P_i = \frac{i-a}{N+1-2a}$  with  $a = 0,33 - \frac{1}{3,7.N+18,2}$  ;
7.  $P_i$  défini selon l'équation (12):  $P_i = \frac{i}{N+1}$ , (valeur moyenne de  $p_i$ ) ;
8.  $P_i$  défini comme la valeur médiane des  $p_i$  (voir § 5.1.1 et les valeurs des tableaux A1 en annexe) ;
9.  $P_i$  défini comme le  $p_i$  correspondant à  $Z_i$ , la valeur moyenne de  $z_i$ , comme déterminé au § 5.2.3 ;
10.  $P_i$  défini selon l'équation (27) :  $P_i = \frac{i-a}{N+1-2a}$  avec  $a = 0,41 - \frac{1}{1,5.N+10}$ .

Une onzième possibilité aurait été de définir  $P_i$  comme la valeur médiane de  $z_i$ , comme déterminé ci-dessus. Cependant, si l'on suit les conclusions du § 3.5 et de la Figure 8, il n'est pas nécessaire de les déterminer en utilisant la méthode de Monte-Carlo, puisqu'elles peuvent être déterminées directement à partir des résultats du § 5.1.1, en utilisant la loi de distribution gaussienne inversée.

Pour simplifier les calculs, les  $z_i$  ont en fait été tracés comme des valeurs "x" et les valeurs  $P_i$  (B-rankits) comme des valeurs "y", de sorte que la pente de la ligne de régression et l'ordonnée à l'origine fournissent directement les résultats recherchés.

### 5.2.2 Distributions de $P_i$ (B-rankits) correspondant aux $Z_i$ (G-rankits), valeur moyenne de $z_i$

La méthode de Monte-Carlo a été utilisée pour déterminer les valeurs moyennes et les écarts types de  $z_i$  en fonction de  $i$  et de  $N$ , pour la distribution gaussienne. Ces valeurs ont été déterminées à 0,001 près. Les résultats détaillés

sont fournis en annexe, dans les tableaux A3.1 et A3.2. La Figure 16 en montre une sélection pour  $N = 3, 5, 8, 13, 20$  et  $30$ .

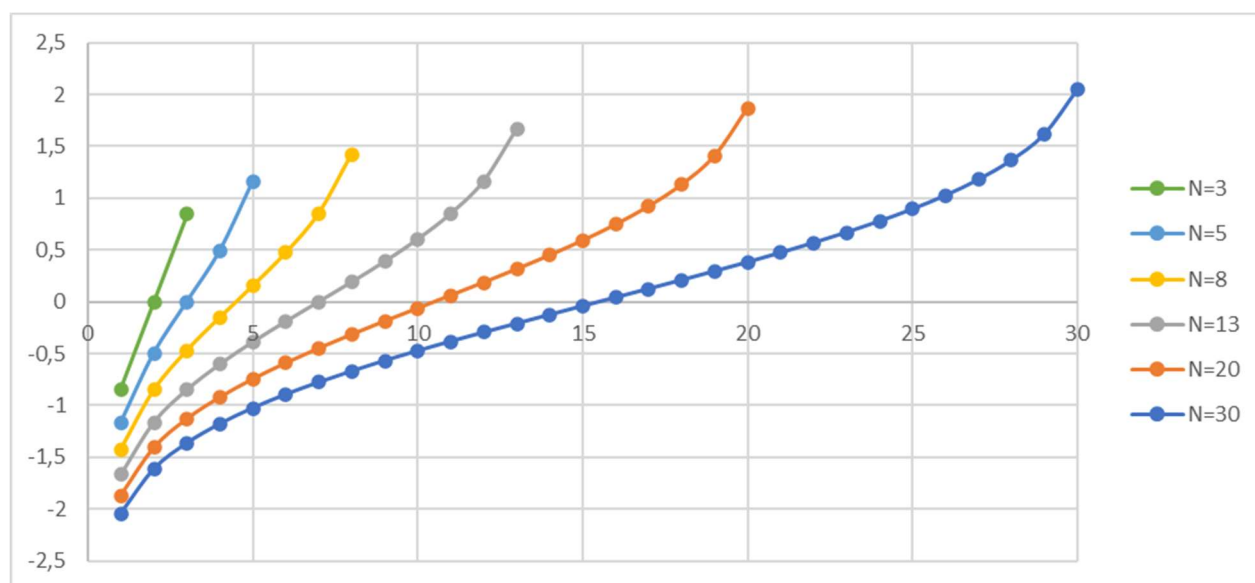


Figure 16: Distributions de  $Z_i$  (G-rankits des distributions gaussiennes) en fonction de  $i$ , pour différentes valeurs de  $N$ .

Il est évident que le  $P_i$  correspondant peut être déterminé à partir de  $Z_i$  en utilisant la loi de distribution normale inverse.

### 5.2.3 Détermination de "a" par la méthode de Monte-Carlo

La détermination "a" a également été effectuée en utilisant les paramètres de régression de  $Z_i$ . Pour ce faire, des séries de valeurs de  $z_i$  ont été créées au hasard puis ont été ordonnées. Les droites de régression de  $p_i$  correspondantes ont été déterminées. Les valeurs "a" correspondant à ces droites de régression ont ensuite été déterminées. Cela permet de déterminer les valeurs moyennes globales de "a" en fonction de  $N$ . Le tableau 5 et la Figure 17 fournissent les résultats de ces déterminations. Notez que pour  $N > 250$ ,  $2u$  devient énorme et les points correspondants ne sont pas affichés sur la Figure 17.

Tableau 5. Valeurs moyennes de "a" de l'équation (5) obtenues par régression linéaire pour la distribution Gaussienne, en fonction de N.

N	"a"	2u	N	"a"	2u	N	"a"	2u
2	0,33005	0,00023	19	0,38447	0,00050	63	0,40073	0,00254
3	0,34060	0,00024	20	0,38474	0,00053	80	0,40312	0,00322
4	0,34805	0,00027	21	0,38595	0,00070	100	0,40469	0,00400
5	0,35413	0,00031	22	0,38671	0,00073	125	0,40662	0,00499
6	0,35873	0,00034	23	0,38741	0,00076	160	0,40765	0,00640
7	0,36301	0,00038	24	0,38819	0,00079	200	0,40876	0,00800
8	0,36631	0,00042	25	0,38840	0,00115	250	0,41004	0,00998
9	0,36891	0,00046	26	0,39020	0,00094	320	0,40980	0,00828
10	0,37153	0,00050	27	0,39076	0,00098	400	0,41066	0,00537
11	0,37321	0,00047	28	0,39143	0,00101	500	0,40268	0,00672
12	0,37542	0,00052	29	0,39177	0,00105	630	0,40136	0,01004
13	0,37700	0,00050	30	0,39156	0,00098	800	0,41227	0,01279
14	0,37875	0,00048	31	0,39181	0,00098	1000	0,41259	0,01593
15	0,37953	0,00050	32	0,39272	0,00104	1250	0,41247	0,01992
16	0,38120	0,00051	40	0,39579	0,00162	1600	0,41336	0,02558
17	0,38208	0,00051	50	0,39857	0,00201	2500	0,41396	0,03983
18	0,38310	0,00048						

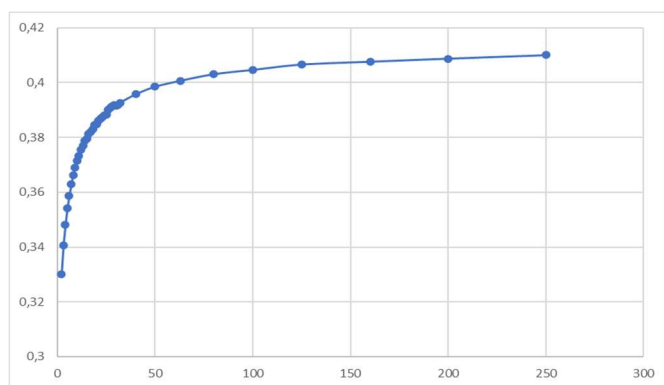


Figure 17: Valeurs moyennes de "a" de l'équation (5) obtenues par régression linéaire pour la distribution Gaussienne, en fonction de N.

Pour N > 250 :

- Les valeurs moyennes de "a" tendent vers 0,41 ;
- Les volumes de calcul pour obtenir des déterminations précises deviennent énormes, et il n'y a aucune nécessité pour cela car, dans ces situations,  $a \ll N + 1 - 2a$ .

L'équation **Erreur ! Source du renvoi introuvable.** produit des valeurs de "a" en fonction de N dont la précision est suffisante en comparaison de  $N + 1 - 2a$ .

$$a = 0,41 - \frac{1}{1,5 \cdot N + 10} \quad (27)$$

Où : "N" est le nombre total de données de la série.

En plus des valeurs moyennes, cette méthode fournit les écarts types de "a". Cette méthode est intéressante car elle fournit des informations sur la dispersion avec laquelle "a" peut varier autour de sa valeur moyenne. La Figure 18 en présente les résultats.

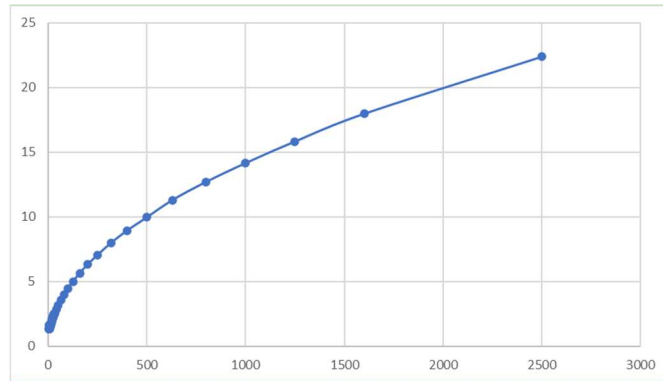


Figure 18: Ecart-types de "a" de l'équation (5) obtenus par régression pour les distributions Gaussiennes, en fonction de N.

L'équation (28) fournit une approximation correcte des écarts-types sur les valeurs de "a" en fonction de N, pour  $N > 10$ .

$$\sigma_a = \sqrt{0,2 \cdot N + 0,4} \quad (28)$$

Où :  $\sigma_a$  est l'écart-type des estimations de "a",  
 "N" is the total number of values of the series.

Dans tous les cas,  $\sigma_a > 1,35$ , ce qui signifie que la largeur de l'intervalle de confiance IC sur "a" est toujours plus grand que  $\pm 2,7$ , ce qui est énorme en comparaison des écarts entre les différentes valeurs recommandées (voir § 2).

#### 5.2.4 Comparaison des méthodes de détermination des ordonnées à l'origine des tracés de probabilité gaussiens (détermination de la valeur moyenne)

##### Valeurs moyennes et écarts types des ordonnées à l'origine

La valeur moyenne et l'écart-type des ordonnées à l'origine des droites de régression utilisant des G-rankits en fonction de N ont été déterminés à l'aide de la méthode de Monte-Carlo.

Ces déterminations ont montré que :

- ✚ Il n'existe pas de différences significatives entre les différentes options énumérées au § 5.2.1 pour déterminer les G-rankits utilisés. En d'autres termes, les points extrêmes de la courbe de probabilité normale ont une faible influence sur la détermination des ordonnées à l'origine des droites de régression ;
- ✚ De même, l'absence de biais et de différence dans les écarts types des résultats s'applique quelles que soient ces différentes options ;
- ✚ L'écart-type des ordonnées à l'origine est lié à N par l'équation (29).

$$\sigma_{m,N} = \frac{\sigma_{pop}}{\sqrt{N}} \quad (29)$$



où :

$\sigma_{m,N}$  est l'écart-type de l'estimation de l'ordonnée à l'origine de la droite de régression, c'est-à-dire de la valeur moyenne,

$\sigma_{pop}$  est l'écart-type de l'ensemble de la population des données,

"N" est le nombre total de données de la série.

En conclusion, la détermination d'une valeur moyenne à l'aide de droites de régression est aussi précise que la méthode habituelle, quel que soit le mode de calcul des G-rankits (le calcul d'une ordonnée à l'origine d'une droite de régression est en fait un calcul d'une valeur moyenne, sous une forme différente).

### 5.2.5 Comparaison des méthodes de détermination des pentes des courbes de normalité (détermination de l'écart-type)

#### Valeurs moyennes des coefficients de pente

Une valeur égale à 1 montre qu'il n'y a pas de biais entre la pente moyenne et l'écart-type lorsqu'on utilise une droite de Henry, comme le montre la Figure 4.

L'écart-type de toutes ces pentes a également été déterminé, afin d'avoir une idée de la dispersion des résultats des coefficients de pente, indépendamment de leur biais éventuel. Cela a du sens dans la perspective de leur utilisation pour estimer les écarts types des distributions gaussiennes, comme le montre la Figure 4.

Il a également été vérifié que les ordonnées à l'origine de toutes ces lignes de corrélation ne sont pas significativement différentes de 0, au moyen d'un test statistique utilisant l'intervalle de confiance des déterminations correspondantes.

Les Figure 19.1 à Figure 19.10 ci-après présente les résultats de ces déterminations.

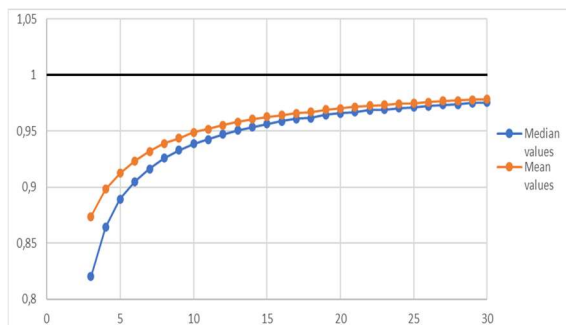


Figure 19.1. Valeurs moyennes et valeurs médianes des pentes des droites de régression en fonction de N, en utilisant  $P_i$  défini comme  $P_i = \frac{i-0.5}{N}$ .

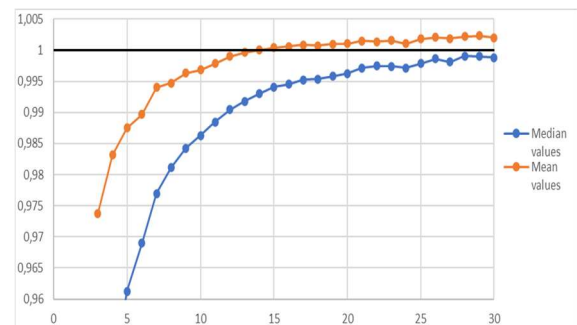


Figure 19.2. Valeurs moyennes et valeurs médianes des pentes des droites de régression en fonction de N, en utilisant  $P_i$  défini comme  $P_i = (i - \frac{3}{8}) / (N + \frac{1}{4})$ .

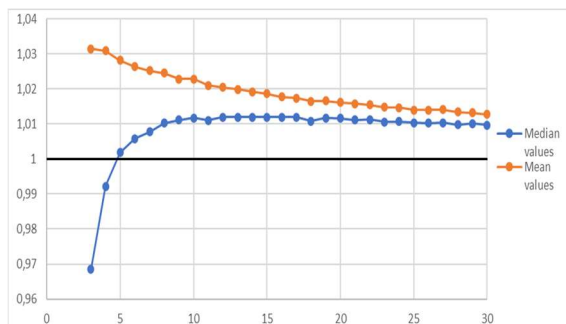


Figure 19.3. Valeurs moyennes et valeurs médianes des pentes des droites de régression en fonction de N, en utilisant  $P_i$  défini comme  $P_i = \frac{i-0.3175}{N+0.365}$ ,  $P_N = 0.5$ ,  $P_1 = 1 - P_N$ .

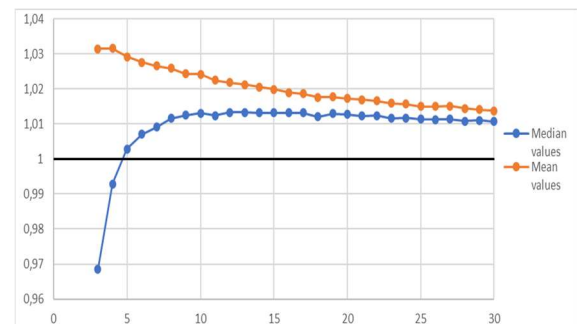


Figure 19.4. Valeurs moyennes et valeurs médianes des pentes des droites de régression en fonction de N, en utilisant  $P_i = \frac{i-a}{N+1-2a}$  avec  $a = 0.5, (N + 1 - (N - 1) / (2 \times 0.5^{\frac{1}{N}} - 1))$ .

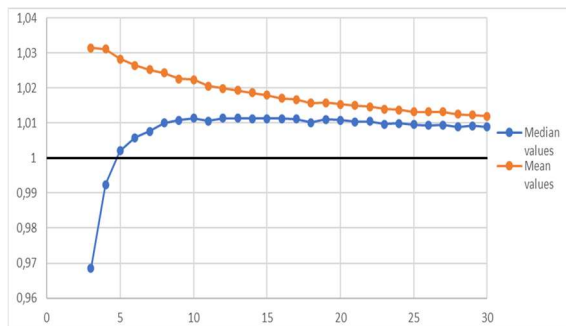


Figure 19.5. Valeurs moyennes et valeurs médianes des pentes des droites de régression en fonction de N, en utilisant  $P_i$  défini comme  $P_i = \frac{i-a}{N+1-2a}$  avec  $a = 0,5 \cdot (N+1 - (N-1)/(2 \times 0,5^{\frac{1}{N}} - 1)) \left(1 + \frac{1}{20N+100}\right)$ .

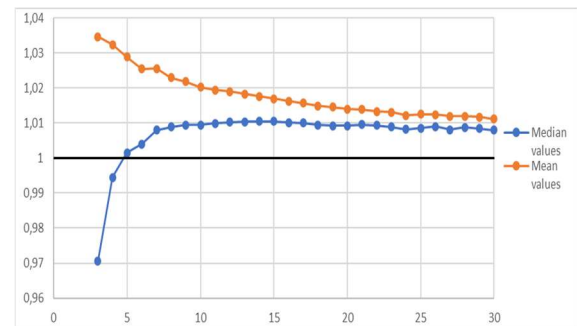


Figure 19.6. Valeurs moyennes et valeurs médianes des pentes des droites de régression en fonction de N, en utilisant  $P_i$  défini comme  $P_i = \frac{i-a}{N+1-2a}$  avec  $a = 0,33 - 1/(3,7 \cdot N + 18,2)$ .

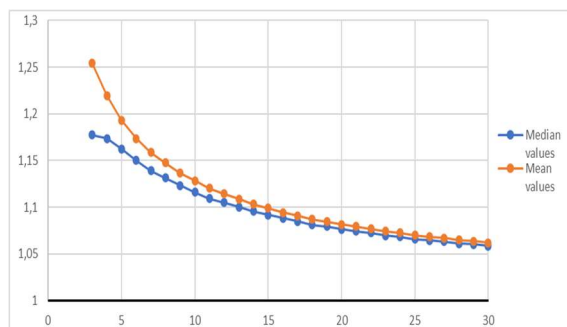


Figure 19.7. Valeurs moyennes et valeurs médianes des pentes des droites de régression en fonction de N, en utilisant  $P_i$  défini comme  $P_i = \frac{i}{N+1}$ , (valeur moyenne de  $p_i$ ).

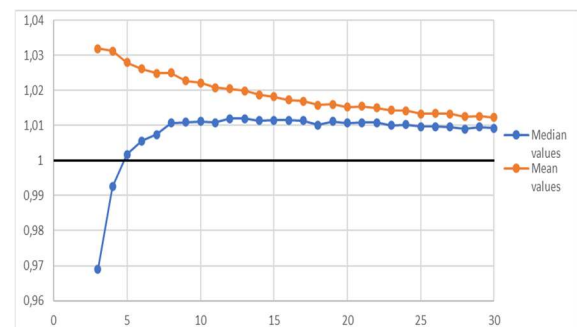


Figure 19.8. Valeurs moyennes et valeurs médianes des pentes des droites de régression en fonction de N, en utilisant  $P_i$  défini comme valeur médiane de  $p_i$  (voir § 5.1.1 résultats du Tableau A3.1 en annexe)

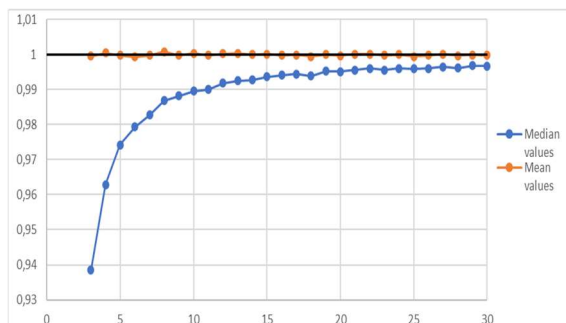


Figure 19.9. Valeurs moyennes et valeurs médianes des pentes des droites de régression en fonction de N, en utilisant  $P_i$  défini comme valeurs de  $p_i$  correspondant à  $Z_i$ , valeur moyenne des  $z_i$  (voir § 5.2.3).

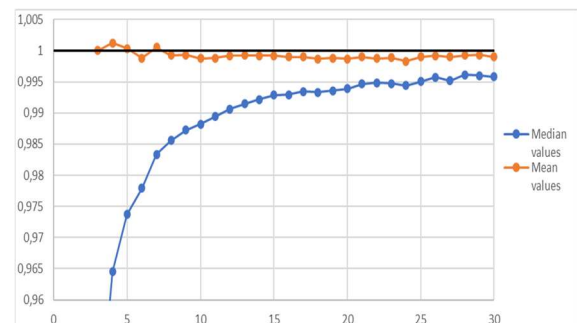


Figure 19.10. Valeurs moyennes et valeurs médianes des pentes des droites de régression en fonction de N, en utilisant  $P_i$  défini comme  $P_i = \frac{i-a}{N+1-2a}$  avec  $a = 0,41 - 1/(1,5 \cdot N + 10)$ .

## Conclusions concernant les biais :

De légères irrégularités sont visibles sur certaines figures. Elles proviennent très probablement d'incertitudes sur les déterminations des pentes. Les effacer demanderait une augmentation importante des volumes de calcul, et il n'a pas été décidé d'aller dans cette direction.

Pour toutes les options, des différences significatives s'appliquent entre l'utilisation des valeurs médianes et des valeurs moyennes pour caractériser la valeur moyenne des pentes. Cela montre que les distributions des pentes ne sont pas symétriques et que cette asymétrie dépend de l'option utilisée pour déterminer le  $P_i$  appliqué (certaines options conduisent à des médianes plus grandes que les valeurs moyennes et d'autres à la situation inverse, certaines options conduisent à des médianes plus proches de 1 tandis que d'autres conduisent à la situation inverse).

Ceci est cohérent avec le fait que l'équation (3), les équations (5) + (20) et les équations (5) + (22) ont été conçues pour produire des valeurs  $P_i$  proches de la médiane des distributions  $p_i$  et confirme les conclusions du § 5.1.4. Ces options semblent conduire à un biais (+0,01 dans la plupart des cas) lorsque  $N$  augmente. Cela est contradictoire avec l'évidence que tous les modes de détermination de  $P_i$  convergent vers les mêmes valeurs lorsque  $N \rightarrow \infty$ . Nous avons ensuite effectué quelques vérifications qui ont confirmé que tous les modes conduisent à l'absence de biais lorsque  $N \rightarrow \infty$ , comme le montre le tableau 6 :

Les options 3, 4, 5 et 6 se comportent de manière très similaire à l'option 8, qui est la médiane pure. Cela est cohérent avec le fait que l'équation (3), les équations (5) + (20) et les équations (5) + (22) ont été conçues pour produire des valeurs  $P_i$  proches de la médiane des distributions de  $p_i$  et confirme les conclusions du § 5.1.4. Ces options semblent conduire à un biais (+0,01 dans la plupart des cas) lorsque  $N$  augmente. Cela est contradictoire avec l'évidence que tous les modes de détermination de  $P_i$  convergent vers les mêmes valeurs lorsque  $N \rightarrow \infty$ . Nous avons ensuite effectué quelques vérifications qui ont confirmé que tous les modes conduisent à l'absence de biais lorsque  $N \rightarrow \infty$ , comme le montre le Tableau 6 :

Tableau 6. Pentes moyennes obtenues avec l'équation (3) pour de grandes valeurs de  $N$ .

$N$	50	100	315	1000
Moyenne	1,009	1,003	1,0018	1,0007
IC ( $k=2$ )	$\pm 0,0045$	$\pm 0,003$	$\pm 0,0018$	$\pm 0,0010$

Les résultats de ce tableau confirment que les pentes moyennes des droites de corrélation convergent vers 1 lorsque  $N \rightarrow \infty$ , même si de grandes valeurs de  $N$  (typiquement  $N=1000$ ) doivent être utilisées pour atteindre le 0,001 le plus proche.

Les options 9 et 10 sont les plus performantes. L'option 9 demande d'utiliser les valeurs de  $P_i$  des tableaux fournis en annexe (déterminés par la méthode de Monte-Carlo), mais elle est facile à mettre en œuvre, puisqu'elle n'utilise que les équations (5) et (23).

L'option 2 ( $a = 0,3175$ ) semble se comporter de manière proche de l'option 8 lorsque  $N$  est suffisamment grand, ce qui nous amène à supposer que l'équation (2) a été construite pour fournir des valeurs de  $P_i$  qui produisent des  $Z_i$  proches de ceux que nous avons déterminés par la méthode de Monte-Carlo et utilisés pour l'option 9.

Les options 1 ( $a = 0,5$ ) et 7 ( $a = 0$ ) sont celles qui présentent la convergence la plus lente vers 1 lorsque  $N$  augmente.

### Dispersion liée à la détermination de ces pentes

Outre la différence entre l'écart-type réel d'une distribution gaussienne et l'estimation de sa moyenne à l'aide de la pente des droites de régression, la performance de ces estimations est également affectée par la dispersion autour de la valeur moyenne, en fonction du nombre  $N$  et de l'option utilisée pour déterminer  $P_i$ .

Pour éviter de trop lourds calculs, l'écart-type des pentes a été choisi comme paramètre unique pour caractériser cette dispersion. Ce paramètre est suffisant pour comparer correctement les 8 options. Cependant, comme les distributions des  $z_i$  sont manifestement asymétriques (1- des différences existent entre les valeurs moyennes et médianes et 2- les écarts types sont significatifs par rapport aux moyennes), ces écarts types ne peuvent pas être utilisés pour déterminer des intervalles de confiance précis sur les  $z_i$  (les limites d'IC ne sont pas symétriques autour de la valeur centrale). Pour les déterminer, il faut déterminer les centiles des distributions, ce qui ne peut être fait qu'en utilisant la méthode de Monte-Carlo, ce qui implique d'énormes calculs.

Les résultats sont présentés à la Figure 20. Le nombre de répétitions utilisé a permis de déterminer ces écarts types à 0,002 près pour  $N \leq 4$  et à 0,001 près pour  $N \geq 5$ .

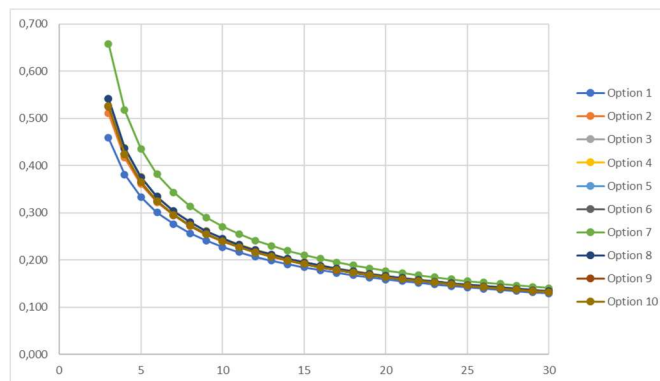


Figure 20: Ecart-types des estimations des écarts-types des données, pour la distribution gaussienne, en fonction de N et de l'option utilisée pour déterminer  $P_i$ , pour  $N \leq 30$ .

Une tentative non présentée ici a montré que ces courbes se rapprochent des lignes droites lorsqu'une transformation logarithmique est appliquée aux deux axes.

### Conclusions concernant la dispersion :

A première vue, la Figure 20 montre que les options 2, 3, 4, 5, 8, 9 et 10 présentent une dispersion assez similaire, tandis que l'option 1 est nettement meilleure et l'option 7 nettement moins bonne pour les petites valeurs de N. Mais une observation des Figure 19.1 à Figure 19.10 montre que des facteurs de correction du biais significatifs doivent être appliqués lors de l'utilisation de ces options, de telle sorte que la dispersion effective sur ces estimations après corrections du biais n'est pas significativement différente quelle que soit l'option utilisée.

## 5.2.6 Intervalles de confiance sur $z_i$

### 5.2.6.1 Validité des assertions du § 3.5

La validité des assertions du § 3.5 a été vérifiée en comparant les résultats obtenus avec la méthode du § 3.5 et les résultats obtenus par la méthode de Monte-Carlo (voir § 5.1.1). Cette vérification a été effectuée dans le cas de courbes de probabilité normales, pour le centile 2,5% (limite inférieure de l'intervalle de confiance de 95%).

La Figure 21 montre les différences de résultats entre ces deux modes de calcul.

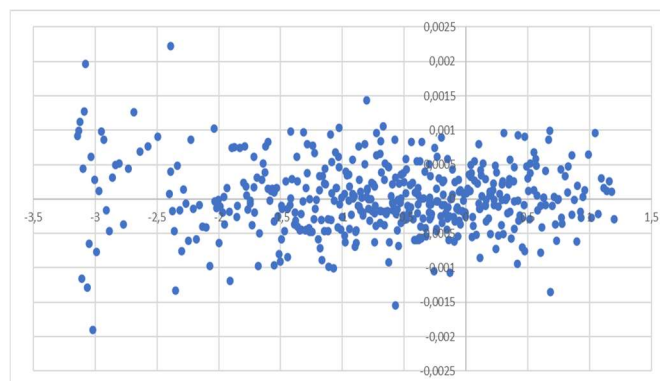


Figure 21. Différences entre le centile 2,5% calculés avec les B-rankits et avec les  $Z_i$  rankits, en fonction de la valeur vraie du centile, pour  $3 \leq N \leq 30$  et  $1 \leq i \leq N$

On constate qu'il n'y a pas de différence significative entre les deux séries de résultats, ce qui valide le calcul effectué à l'aide des B-rankits (les différences maximales se situent dans les limites de la précision des déterminations, comme indiqué au § 5.2.2).

### 5.2.6.2 Limites des intervalles de confiance

Les Figure 22 et Figure 23 montrent les résultats des limites des intervalles de confiance de 95% pour  $z_i$ , pour  $N=5$ ,  $N=9$ ,  $N=15$  et  $N=28$  en fonction de  $i$  et en fonction de  $Z_i$ . Il est à noter que, pour la Figure 23, un choix doit être fait parmi les différentes façons de déterminer les B-rankits à utiliser pour le calcul de  $Z_i$ . Pour ce faire, nous avons choisi d'utiliser l'équation (2), qui est la plus classique. Comme nous l'avons vu précédemment, les différences entre les équations (2) et (3) sont faibles.

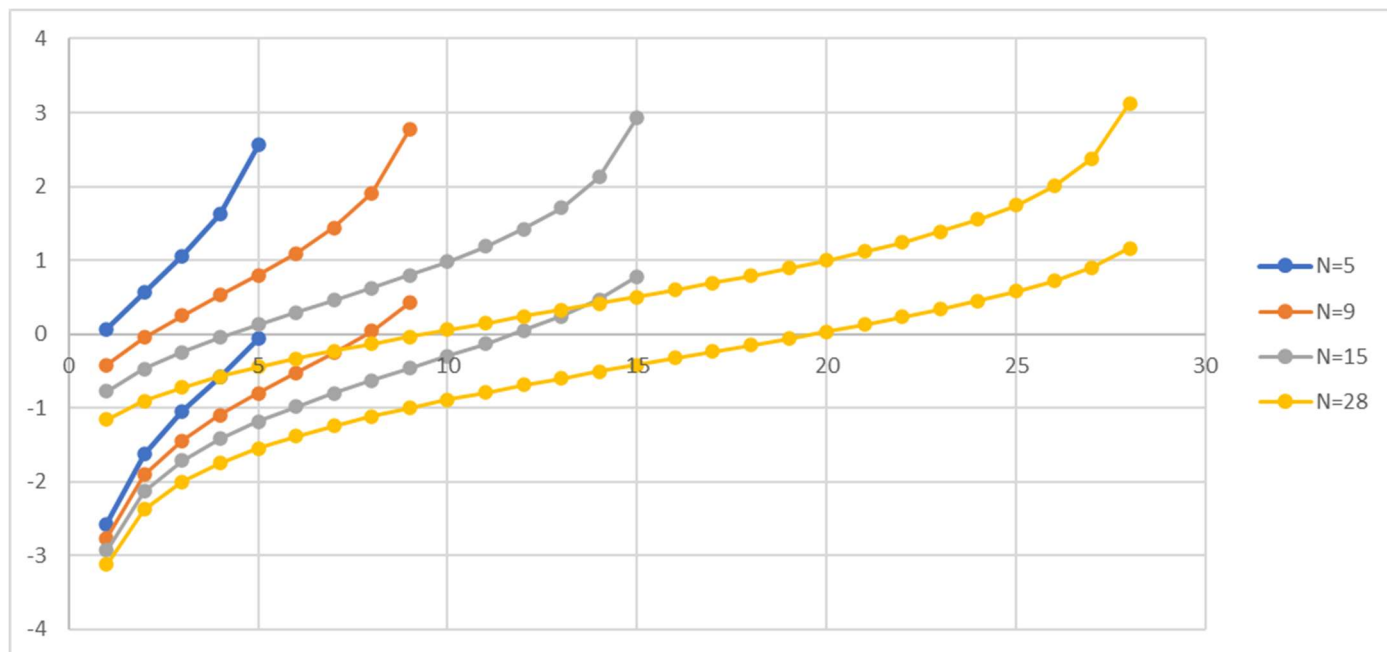


Figure 22. Limites des intervalles de confiance de 95% en fonction de  $i$ , pour  $N = 5$ ,  $N = 9$ ,  $N = 15$  et  $N = 28$

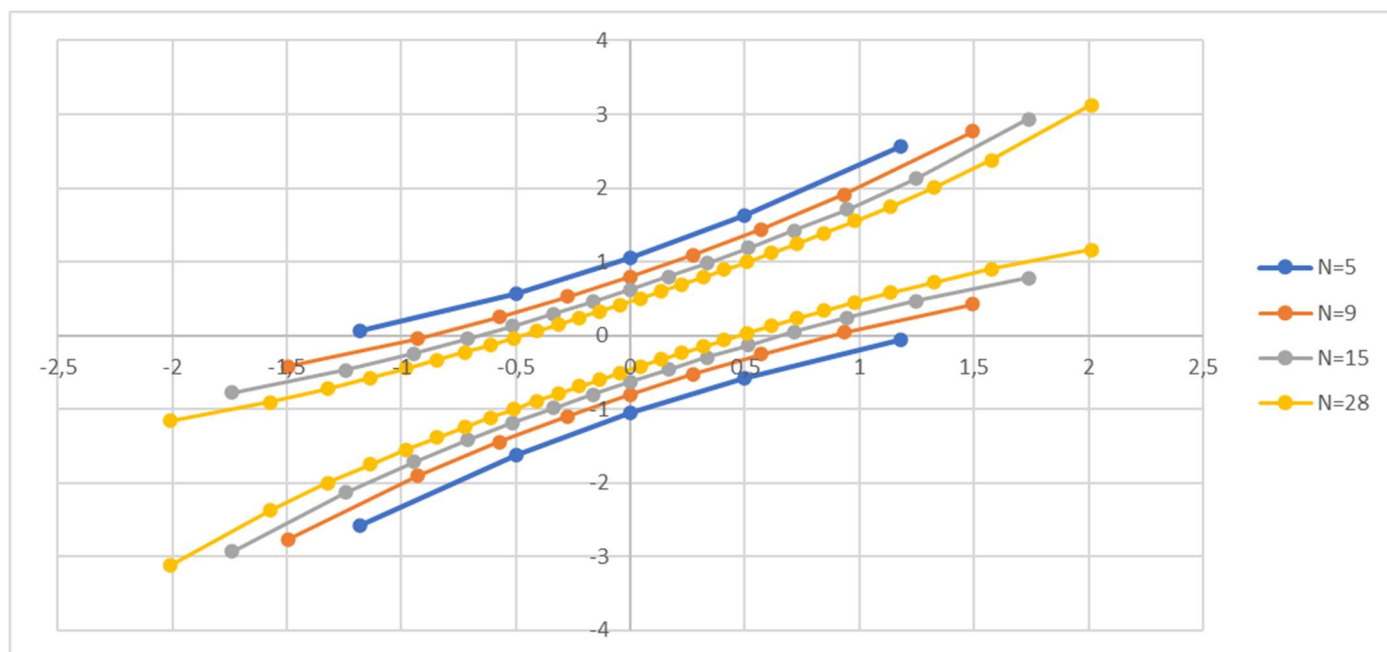


Figure 23. Limites des intervalles de confiance de 95% de  $z_i$ , en fonction de  $Z_i$ , pour  $N = 5$ ,  $N = 9$ ,  $N = 15$  et  $N = 28$

La Figure 23 montre que les intervalles de confiance ont des formes hyperboliques, comme prévu lorsqu'ils sont déterminés en utilisant des calculs d'incertitudes sur les coefficients de corrélation.

A noter que, dans les cas pratiques, les valeurs vraies de la moyenne  $\mu$  de l'écart-type  $\sigma$  sont inconnues. Seules leurs estimations sont connues. Or la connaissance de ces valeurs  $\mu$  et  $\sigma$  est nécessaire pour tracer les Figure 22 et Figure 23 et les utiliser pour vérifier si un ensemble de données rentre ou pas à l'intérieur des intervalles de confiance correspondants. Une prochaine étude est prévue pour déterminer des techniques permettant de surmonter ce problème.

### 5.2.6.3 Comparaison de ces résultats avec les intervalles of confiance calculés à partir des incertitudes sur les coefficients of corrélation

Lorsque les occurrences sont indépendantes et suivent une distribution gaussienne, l'équation (30) peut être utilisée pour décrire la distribution des résidus.

$$\bar{y}_j - t \cdot \sigma \cdot \sqrt{\frac{1}{N} + \frac{(x_j - \bar{x})^2}{\sum (x_i - \bar{x})^2}} \leq y_j \leq \bar{y}_j + t \cdot \sigma \cdot \sqrt{\frac{1}{N} + \frac{(x_j - \bar{x})^2}{\sum (x_i - \bar{x})^2}} \quad (30)$$

où  $t$  est la valeur de Student correspondant au niveau de confiance de l'intervalle

$\sigma$  est l'écart-type de la distribution

$N$  est le nombre de paires de valeurs intégrées dans la régression

$x_i$  est la  $i^{\text{e}}$  donnée et  $y_j$  est la valeur attendue de la  $j^{\text{e}}$  donnée.

Dans le cas présent,  $\sigma = 1$  (cas de la distribution normale centrée réduite).

Les résultats trouvés au § 5.2.6.2 et déterminés avec l'équation (30) ont été comparés. Pour ce faire, la Figure 24 trace :

- ✚ La quantité  $IC_{Reg} = \sqrt{\frac{1}{N} + \frac{(x_j - \bar{x})^2}{\sum (x_i - \bar{x})^2}}$  (IC déterminé avec l'équation (30)) en ordonnée ;
- ✚ En fonction de  $IC_{MC} = \frac{y_{j.MC.0,975} - y_{j.MC.0,025}}{2 \times 1,96}$  (IC déterminé avec la méthode de Monte-Carlo).

Cette façon de définir l' $IC_{MC}$ , sans référence à la valeur centrale, permet d'éviter le problème de la définition du B-rankit adéquat pour cette valeur centrale.

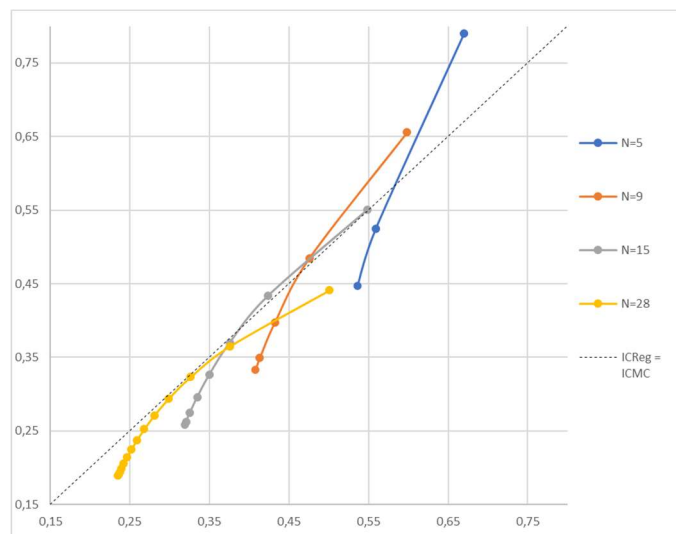


Figure 24. Ecarts-types des intervalles de confiance de  $z_i$  "ICReg" calculés avec l'équation (30) en fonction des valeurs correspondantes de "ICMC" déterminés par la méthode de Monte-Carlo, pour  $N = 5$ ,  $N = 9$ ,  $N = 15$  et  $N = 28$

La Figure 24 montre que l'équation (30) est une approximation de la fonction réelle.

Le bas des courbes correspond aux valeurs centrales (valeur médiane lorsque  $N$  est un entier impair). Pour ces valeurs, les largeurs des IC calculées avec l'équation (30) sont quelque peu sous-estimées (environ 20 %). Ceci est cohérent avec :

- ✚ Les résultats de l'équation (29) au § 5.3.2 (concernant la dispersion des ordonnées à l'origine des droites de régression) ;
- ✚ Et les résultats du § 5.2.6.2 **Erreur ! Source du renvoi introuvable.** (concernant une comparaison entre les dispersions des résultats obtenus par interpolation et par régression).

## 5.2.7 Conclusions concernant les distributions de $z_i$ pour la distribution Gaussienne

### Conclusions concernant la détermination de la moyenne des données représentées :

La détermination d'une valeur moyenne à l'aide de droites de régression est aussi précise que la méthode habituelle, quel que soit le mode de calcul des G-rankits.

### Conclusions concernant la détermination de l'écart-type des données représentées :

Pour toutes les options évaluées dans cette étude (voir § 5.2.1), des différences significatives s'appliquent entre l'utilisation des valeurs médianes et des valeurs moyennes pour caractériser la valeur moyenne des pentes des droites de régression, liées à l'écart-type de la distribution représentée. Cela est dû à l'asymétrie de la distribution des estimations d'un écart-type, notamment lorsque  $N$  est petit.

Les options qui correspondent peu ou prou à une sélection des valeurs de  $P_i$  proches de la médiane ( $a = 0,3175$ ,  $a = 0,375$ ,  $a = 0,5$ ,  $a = 0,5 \cdot \left( N + 1 - (N - 1) / (2 \times 0,5^{\frac{1}{N}} - 1) \right)$ ,  $a = 0,5 \cdot \left( N + 1 - (N - 1) / (2 \times 0,5^{\frac{1}{N}} - 1) (1 + 1/(20N + 100)) \right)$  et  $a = 0,33 - 1/(3,7 \cdot N + 18,2)$ ) semblent conduire à un biais (+0,01 dans la plupart des cas), même lorsque  $N$  est grand (jusqu'à 1000). Toutefois, certaines vérifications ont confirmé que tous les modes conduisent à l'absence de biais lorsque  $N \rightarrow \infty$ .

L'équation  $a = 0,41 - 1/(1,5 \cdot N + 10)$  a été déterminée empiriquement pour produire des valeurs de  $P_i$  qui évitent tout biais, même lorsque  $N$  est petit. On peut conclure de cette équation que  $a \rightarrow 0,41$  quand  $N \rightarrow \infty$ .



Les options  $a = 0$  et  $a = 0,5$  conduisent à des biais significatifs pour la détermination des écarts-types.

Aucune différence significative n'est à noter entre les différentes options pour ce qui concerne la dispersion des estimations des écarts-types des données représentées.

### Conclusions concernant la détermination des courbes enveloppes de confiance des données représentées :

En ce qui concerne les courbes enveloppes de confiance des droites de Henry, nous avons constaté que l'utilisation des centiles des distributions  $p_i$  fournit des déterminations précises, tandis que l'équation classique de l'IC pour les courbes de régression semble être une approximation. Toutefois, la vérification que l'ensemble de données rentre ou pas à l'intérieur des intervalles de confiance correspondants se heurte au fait que les valeurs vraies de la moyenne  $\mu$  de l'écart-type  $\sigma$  sont inconnues. Une prochaine étude est prévue pour déterminer des techniques permettant de surmonter ce problème.

## 5.3 Détermination des distributions de $zr_i$ pour $N = 2$ à 30 pour les distributions des estimations des écarts-types pour une population gaussienne

### 5.3.1 Introduction

À la suite des § 2.1, § 2.4 et § 2.5, les tracés de probabilités cumulées peuvent être utilisés pour vérifier la normalité de la distribution, détecter les valeurs aberrantes et/ou estimer les valeurs moyennes et les écarts types à l'aide de régressions linéaires.

Cela peut en fait être effectué pour toute distribution de probabilités, en utilisant la transformation correspondante de la variable. Les équations (7) et (8) fournissent cette information dans le cas de l'estimation d'un écart-type à partir d'une série limitée de valeurs. La Figure 6 montre un exemple de "tracé de probabilité d'estimation d'écart type", qui permet de :

- ✚ Vérifier si les résultats observés suivent la distribution attendue ;
- ✚ Détecter une éventuelle valeur aberrante ;
- ✚ D'estimer l'écart-type correspondant.

### Vérifier si les résultats observés suivent la distribution attendue :

De la même manière que les droites de Henry peuvent être utilisées pour vérifier si une population suit une loi de distribution gaussienne, les tracés de probabilités cumulées d'estimation d'écart-type montrent si une population d'estimations d'un écart-type est distribuée comme prévu (c'est-à-dire en fonction de l'équation (8)). Si ce n'est pas le cas, cela peut signifier que :

- ✚ Une ou plusieurs valeurs aberrantes sont présentes. Dans ce cas, leur suppression permet aux résultats de s'aligner sur la ligne droite attendue ;
- ✚ Les estimations d'écart-type ne se rapportent pas à une même population, c'est-à-dire que l'hypothèse d'homoscédasticité ne peut être acceptée pour cet ensemble d'estimations d'écart-type.

Ces affirmations n'ont pas été développées dans cette étude. En particulier, la façon dont les graphiques s'écartent de la ligne droite est probablement riche en informations sur les raisons pour lesquelles l'hypothèse d'homoscédasticité ne peut être acceptée. Toutefois, cette question mérite une étude approfondie et doit faire l'objet d'un travail séparé.



### Détecter une éventuelle valeur aberrante :

Il est bien connu que les valeurs aberrantes ont un impact important sur la détermination des écarts types, plus encore que sur la détermination des valeurs moyennes. Pour cette raison, de nombreuses méthodes ont été développées pour les détecter et éliminer leurs effets délétères, voir [2].

Les tracés de probabilités cumulées d'estimation d'écart-type permettent de visualiser leur existence et même d'utiliser des méthodes qui n'ont été initialement développées que pour des populations à distribution gaussienne. Les centiles des distributions  $p_i$  (voir § 3.5) peuvent être utilisés pour déterminer les limites en dehors desquelles les données peuvent être considérées comme aberrantes.

### Estimer un écart-type :

De la même manière que pour les droites de Henry, l'abscisse où la ligne droite coupe l'ordonnée "1" est une bonne estimation de l'écart-type réel de la population. Contrairement aux droites de Henry, la pente de la ligne droite n'a aucune signification. Les distributions gaussiennes nécessitent 2 paramètres (moyenne et écart-type) pour les décrire, alors que l'équation (8) n'en contient qu'un seul : " $\sigma$ ".

En fait, dans l'équation (8), l'ordonnée "1" et la pente sont théoriquement liées, puisque le point (0;0) est toujours supposé faire partie de la ligne droite. Un écart significatif par rapport à ce point tend à signifier que l'hypothèse d'homoscédasticité n'est pas respectée.

Comme pour les courbes de probabilité normales, les B-rankits appropriés pour ces trois champs d'application peuvent être différents. Toutefois, cette étude se concentre sur le dernier cas, car il s'agit d'une méthode potentiellement robuste d'estimation des écarts types.

La méthode de Monte-Carlo a été utilisée pour déterminer l'abscisse où la ligne droite coupe l'ordonnée "1" des droites de corrélation entre les  $z_{r_i}$  affichés ci-dessus (représentés sous forme de valeurs "y") et les valeurs  $P_i$  (B-rankits) conformément au § 3 (représentés sous forme de valeurs "x") dans 9 des 10 options détaillées au § 5.2.1. bien sûr, l'option 10, qui se réfère à l'équation (31) spécialement développée pour le cas de la distribution Gaussienne, est remplacée par ce qui suit (voir § 5.3.4) :

$$10. P_i \text{ défini par l'équation (31): } P_i = \frac{i-a}{N+1-2a} \text{ avec } a = a_{Nr} - \frac{1}{A_{Nr} \cdot N_s + B_{Nr}} \text{ (see § 5.3.4 pour les coefficients } A_{Nr} \text{ et } B_{Nr}).$$

Pour simplifier les calculs, les  $z_{r_i}$  ont en fait été tracés comme des valeurs "x" et les valeurs  $P_i$  (B-rankits) comme des valeurs "y", de sorte que l'ordonnée de l'abscisse "1" fournit directement le résultat attendu.

### 5.3.2 Distributions de $p_i$ correspondant à $z_{r_i}$

Les valeurs moyennes quadratiques, les valeurs moyennes, les valeurs médianes, les valeurs du centile 2,5%, les valeurs du centile 97,5% de  $z_{r_i}$  pour les distributions S en fonction de  $N_s$  (nombre de séries),  $N_r$  (nombre de répétitions) et  $i$  ont été déterminées par la méthode de Monte-Carlo pour  $N_s \leq 30$ . Les résultats sont présentés dans le tableau A4 de l'annexe.

À titre d'exemple, la Figure 25 montre comment les  $z_{r_i}$  calculés avec des moyennes quadratiques se répartissent pour une sélection de  $N_s$  (nombre de séries de 5 à 30) et une sélection de  $N_r$  (nombre de répétitions de 2 à 25). Par exemple, pour  $N_s=30$  et  $N_r=2$ , les  $z_{r_i}$  sont compris entre 0,06 et 2,37, ce qui correspond aux ordonnées min et max des courbes correspondantes.

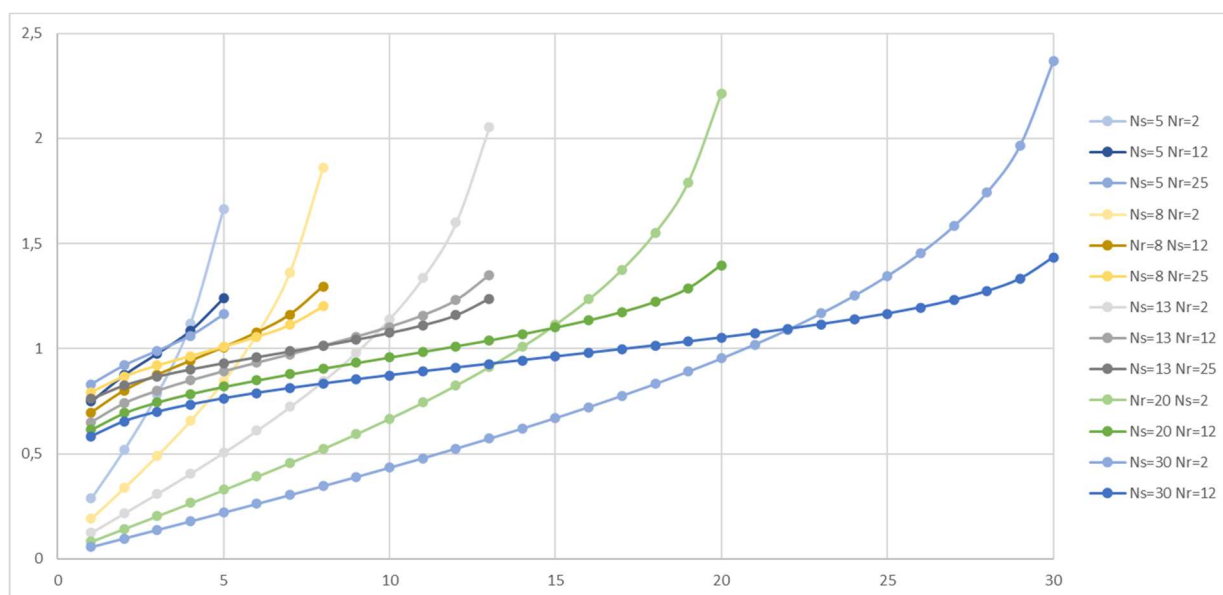


Figure 25. Valeurs de  $ZR_i$  calculées avec les moyennes quadratiques pour une sélection de  $N_s$  (nombre de séries) et de  $N_r$  (nombre de répétitions), en fonction de  $i$ .

Certaines observations peuvent être faites à partir de la Figure 25 :

- ✚ L'écart entre  $ZR_N$  et  $ZR_1$  augmente lorsque  $N$  augmente ;
- ✚ La  $i^{\text{ème}}$  valeur pour laquelle la courbe coupe l'ordonnée "1" est toujours supérieure à  $\frac{N_r}{2}$  mais tend vers  $\frac{N_r}{2}$  lorsque  $N_s$  et/ou  $N_r$  augmentent ;
- ✚ Plus  $N_s$  et  $N_r$  sont grands, plus la courbe est horizontale, meilleure est la précision dans la détermination de l'ordonnée à l'origine "1", meilleure est l'estimation de  $s$ .

### 5.3.3 Détermination de "a" par la méthode de Monte-Carlo

De la même manière qu'au § 5.1.2, la détermination de "a" a également été effectuée en utilisant une régression sur les paramètres  $P_i$ . Le Tableau 7 et la Figure 26 donnent les résultats de ces déterminations.

Tableau 7. Valeurs moyennes de "a" de l'équation (5) obtenues par régression pour la distribution des estimations d'un écart-type, en fonction de  $N_r$  (nombre de répétitions) et  $N_s$  (nombre de séries). ( $2u$  est le IC95% et  $SD$  est l'écart-type).

Nr=2				Nr=3				Nr=4				Nr=5			
Ns	a	2u	SD	Ns	a	2u	SD	Ns	a	2u	SD	Ns	a	2u	SD
5	0,0498	0,0008	2,7	5	0,2131	0,0009	2,7	5	0,2641	0,0006	3,1	5	0,2877	0,0006	3,2
6	0,0492	0,0009	2,7	6	0,2161	0,0009	2,7	6	0,2683	0,0007	3,1	6	0,2927	0,0007	3,3
7	0,0472	0,0007	2,8	7	0,2192	0,0007	2,8	7	0,2715	0,0007	3,1	7	0,2965	0,0008	3,4
8	0,0463	0,0007	2,8	8	0,2206	0,0007	2,9	8	0,2748	0,0008	3,3	8	0,2991	0,0009	3,5
9	0,0449	0,0007	2,8	9	0,2223	0,0008	3,0	9	0,2778	0,0009	3,3	9	0,3020	0,0009	3,5
10	0,0446	0,0008	2,9	10	0,2245	0,0009	3,1	10	0,2786	0,0009	3,3	10	0,3040	0,0010	3,6
13	0,0426	0,0010	3,0	13	0,2280	0,0011	3,3	13	0,2831	0,0012	3,6	13	0,3103	0,0013	4,0
16	0,0400	0,0012	3,3	16	0,2297	0,0013	3,6	16	0,2866	0,0014	3,9	16	0,3124	0,0016	4,5
20	0,0383	0,0013	3,3	20	0,2340	0,0015	3,8	20	0,2899	0,0017	4,3	20	0,3169	0,0019	4,8
25	0,0375	0,0017	3,8	25	0,2350	0,0019	4,2	25	0,2932	0,0022	4,9	25	0,3233	0,0024	5,3
32	0,0354	0,0020	4,0	32	0,2379	0,0023	4,6	32	0,2970	0,0027	5,3	32	0,3222	0,0030	6,0
40	0,0317	0,0025	4,4	40	0,2403	0,0029	5,2	40	0,2982	0,0033	5,8	40	0,3228	0,0036	6,4
50	0,0308	0,0031	4,9	50	0,2368	0,0036	5,7	50	0,3026	0,0041	6,4	50	0,3319	0,0046	7,3
63	0,0306	0,0038	5,3	63	0,2445	0,0045	6,4	63	0,3042	0,0053	7,5	63	0,3252	0,0056	7,9

Nr=6			
Ns	a	2u	SD
6	0,3076	0,0012	3,6
7	0,3107	0,0010	3,7
8	0,3141	0,0010	3,8
9	0,3167	0,0011	3,9
10	0,3193	0,0011	4,0
13	0,3239	0,0015	4,6
16	0,3291	0,0017	4,8
20	0,3298	0,0021	5,2
25	0,3342	0,0025	5,7
32	0,3379	0,0032	6,4
40	0,3436	0,0040	7,1
50	0,3433	0,0050	7,9
63	0,3432	0,0062	8,7

Nr=7			
Ns	a	2u	SD
6	0,3168	0,0008	3,7
7	0,3206	0,0009	3,9
8	0,3226	0,0010	4,1
9	0,3249	0,0011	4,2
10	0,3282	0,0012	4,3
13	0,3347	0,0015	4,6
16	0,3369	0,0018	5,1
20	0,3430	0,0023	5,7
25	0,3461	0,0028	6,2
32	0,3460	0,0035	6,9
40	0,3507	0,0042	7,4
50	0,3524	0,0055	8,6
63	0,3491	0,0068	9,6

Nr=8			
Ns	a	2u	SD
6	0,3224	0,0009	3,9
7	0,3262	0,0010	4,1
8	0,3291	0,0011	4,4
9	0,3327	0,0012	4,4
10	0,3337	0,0013	4,6
13	0,3394	0,0016	5,0
16	0,3425	0,0019	5,4
20	0,3474	0,0024	6,0
25	0,3499	0,0029	6,4
32	0,3538	0,0037	7,4
40	0,3550	0,0047	8,3
50	0,3583	0,0058	9,1
63	0,3625	0,0072	10,1

Nr=9			
Ns	a	2u	SD
6	0,3271	0,0015	4,2
7	0,3309	0,0012	4,4
8	0,3340	0,0012	4,6
9	0,3363	0,0013	4,7
10	0,3410	0,0014	4,9
13	0,3452	0,0017	5,4
16	0,3499	0,0021	5,8
20	0,3544	0,0025	6,2
25	0,3531	0,0031	6,9
32	0,3579	0,0040	7,9
40	0,3612	0,0049	8,6
50	0,3621	0,0063	9,9
63	0,3624	0,0076	10,7

Nr=12			
Ns	a	2u	SD
6	0,3350	0,0017	5,0
7	0,3394	0,0014	5,1
8	0,3431	0,0013	5,2
9	0,3472	0,0014	5,4
10	0,3495	0,0016	5,7
13	0,3535	0,0020	6,1
16	0,3569	0,0024	6,7
20	0,3597	0,0029	7,2
25	0,3642	0,0037	8,2
32	0,3607	0,0045	8,8
40	0,3689	0,0057	10,0
50	0,3700	0,0071	11,2
63	0,3708	0,0088	12,3

Nr=16			
Ns	a	2u	SD
6	0,3418	0,0020	5,8
7	0,3454	0,0016	5,9
8	0,3490	0,0015	6,0
9	0,3515	0,0017	6,3
10	0,3526	0,0019	6,6
13	0,3600	0,0023	7,0
16	0,3616	0,0027	7,7
20	0,3657	0,0034	8,4
25	0,3645	0,0041	9,2
32	0,3740	0,0053	10,5
40	0,3734	0,0065	11,6
50	0,3706	0,0082	13,0
63	0,379	0,010	14,3

Nr=20			
Ns	a	2u	SD
6	0,3441	0,0022	6,3
7	0,3478	0,0017	6,5
8	0,3508	0,0017	6,8
9	0,3539	0,0018	6,9
10	0,3553	0,0020	7,0
13	0,3639	0,0025	7,9
16	0,3647	0,0031	8,6
20	0,3668	0,0038	9,4
25	0,3690	0,0047	10,5
32	0,3724	0,0059	11,7
40	0,3756	0,0073	12,9
50	0,3805	0,0090	14,2
63	0,384	0,012	16,6

Nr=25			
Ns	a	2u	SD
6	0,3483	0,0024	6,8
7	0,3526	0,0019	7,3
8	0,3550	0,0019	7,5
9	0,3567	0,0021	7,7
10	0,3609	0,0023	8,0
13	0,3628	0,0029	8,9
16	0,3644	0,0035	9,7
20	0,3710	0,0042	10,6
25	0,3780	0,0052	11,6
32	0,3700	0,0065	12,8
40	0,3741	0,0081	14,4
50	0,378	0,010	16,2
63	0,370	0,013	17,7

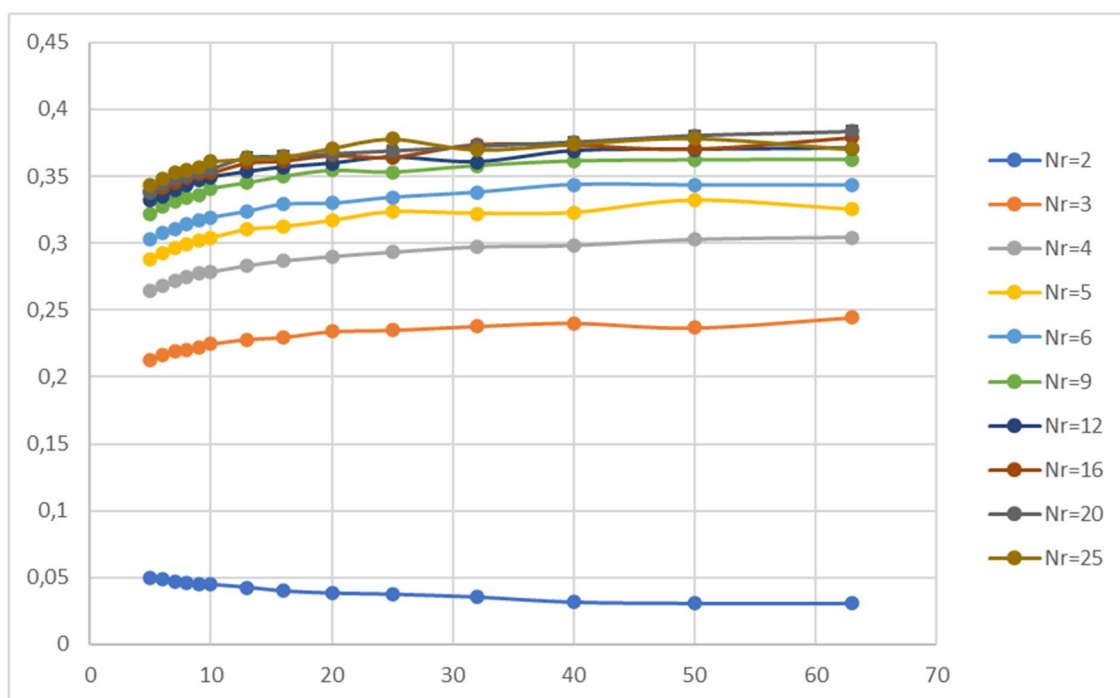


Figure 26: Valeurs moyennes de "a" de l'équation (5) obtenues par régression des distributions de  $z_{r,i}$ , en fonction de  $N_r$  (nombre de répétitions) et  $N_s$  (nombre de séries).

Lorsque  $N_r$  est grand, les volumes de calculs nécessaires pour obtenir des déterminations précises deviennent énormes, et il n'y en a pas besoin car, dans ces situations,  $a \ll N + 1 - 2a$ . Les petites irrégularités que l'on peut observer pour de grandes valeurs de  $N_r$  sont liées à ce problème.

Pour de grandes valeurs de  $N_s$ , les valeurs moyennes de "a" tendent vers une limite dépendant de  $N_r$ . La Figure 27 montre ces valeurs limites, en fonction de  $N_r$  (nombre de répétitions). Cette figure montre que ces valeurs limites tendent vers une limite globale qui a été évaluée comme étant égale à 0,407 lorsque  $N_r \rightarrow \infty$ .

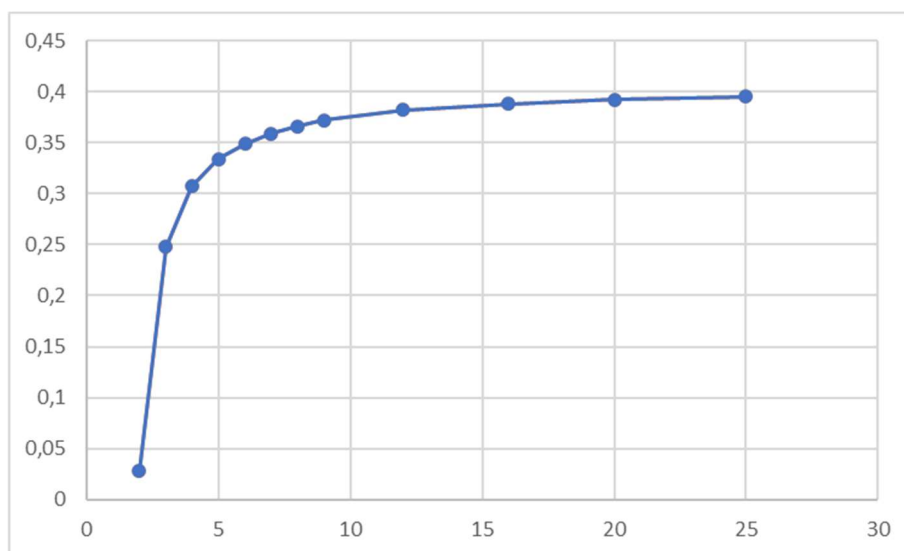


Figure 27: Valeurs limites de "a" de l'équation (5) pour les grandes valeurs de  $N_s$  (nombre de séries), en fonction de  $N_r$  (nombre de répétitions).

L'équation empirique (31) fournit des approximations des résultats du Tableau 7 (presque toutes dans les limites  $2u$  du Tableau 7). Les valeurs "a" correspondantes semblent suffisamment précises par rapport à  $N + 1 - 2a$ , quels que soient  $N_r$  et  $N_s$ .

$$a = a_{Nr} - \frac{1}{A_{Nr} \cdot N_s + B_{Nr}} \quad (31)$$

Où :

"Nr" est le nombre de répétitions

"Ns" est le nombre de séries

$a_{Nr}$  est la valeur limite de "a" pour les grandes valeurs de  $N_r$ , calculés par l'équation :  $a_{Nr} = 0,407 - \frac{1}{3,66 \cdot N_r - 4,68}$

$A_{Nr}$  et  $B_{Nr}$  sont des coefficients dépendants de  $N_r$ , qui sont calculés comme suit :

$$A_{Nr} = -3,2 \text{ et } B_{Nr} = -30 \text{ quand } N_r = 2$$

$$A_{Nr} = 2,67 \text{ et } B_{Nr} = 15 \text{ quand } N_r = 3$$

$$A_{Nr} = 2,5 \text{ et } B_{Nr} = 11 \text{ quand } N_r = 4$$

$$A_{Nr} = 3,35 \cdot N_r^{-0,18} \text{ et } B_{Nr} = 9 \text{ quand } N_r > 4$$

L'équation (31) peut donc également être formulée de la façon suivante :

$$a = 0,028 + \frac{1}{3,2 \cdot N_s + 30} \text{ quand } N_r = 2$$

$$a = 0,248 - \frac{1}{2,67 \cdot N_s + 15} \text{ quand } N_r = 3$$

$$a = 0,307 - \frac{1}{2,5 \cdot N_s + 11} \text{ quand } N_r = 4$$

$$a = 0,407 - \frac{1}{3,66 \cdot N_r - 4,68} - \frac{1}{3,35 \cdot N_r^{-0,18} \cdot N_s + 9} \text{ quand } N_r > 4$$

En plus des valeurs moyennes, cette méthode fournit les écarts types de "a". Ceci est intéressant car cela donne une information sur la dispersion avec laquelle "a" peut varier autour de sa valeur médiane. Le Tableau 7 et la Figure 28 en présentent les résultats.

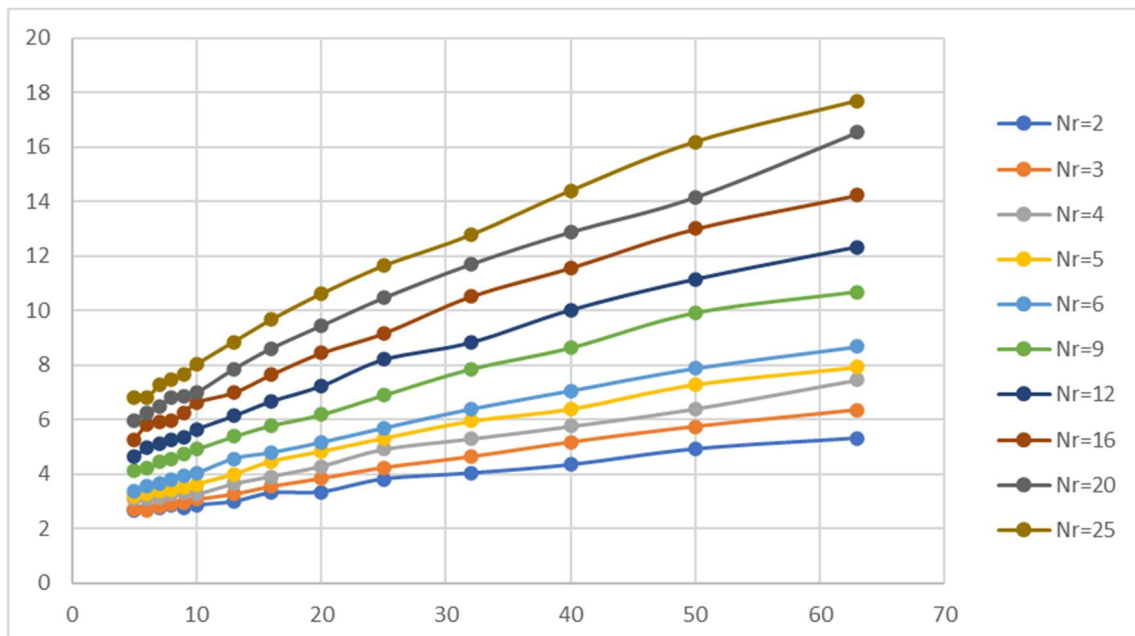


Figure 28: Ecart-types de "a" de l'équation (5) obtenus par régression des distributions de  $zr_i$ , en fonction de  $N_r$  (nombre de répétitions) et  $N_s$  (nombre de séries).

L'équation (32) fournit une approximation correcte de l'écart-type des valeurs de "a" en fonction de  $N_r$  et  $N_s$ .

$$\sigma_a = \sqrt{(0,19 \cdot N_r + 0,4) \cdot N_s + (0,6 \cdot N_r + 2)} \quad (32)$$

Où :

" $N_r$ " est le nombre de répétitions

" $N_s$ " est le nombre de séries.

Dans tous les cas,  $\sigma_a > 2,5$ , ce qui signifie que la largeur de l'IC sur "a" est toujours supérieure à  $\pm 5$ , ce qui est énorme par rapport aux différences entre les valeurs recommandées pour celle-ci (voir § 2).

### 5.3.4 Comparaison des méthodes de détermination de l'abscisse correspondant à l'ordonnée $zr_i=1$ des tracés d'estimation d'écart-type (détermination d'un écart-type)

#### 5.3.4.1 Valeur moyenne quadratique, valeur moyenne ou médiane

L'écart-type "s" a été calculé par la méthode de Monte-Carlo, en utilisant différentes méthodes pour déterminer  $P_i$  (voir § 5.3.1) et en utilisant les  $ZR_i$  déterminés par la valeur moyenne quadratique (QM), la valeur moyenne et les valeurs médianes et les écart-types des distributions de  $zr_i$ , afin de déterminer lequel est le meilleur estimateur de "s". Ces valeurs ont été calculées à 0,01 près.

Les résultats correspondants ont montré que :

- ✚ Quels que soient  $N_s$  et  $N_r$ , les valeurs de QM  $ZR_i$ , les moyennes de  $ZR_i$  et les médianes de  $ZR_i$  ne présentent pas de biais pour l'estimation de "s", si et seulement si, respectivement, QM, la moyenne ou la médiane sont utilisés dans les calculs ;
- ✚ Mais elles présentent des différences significatives entre elles lorsque  $N_s$  et  $N_r$  sont faibles ;
- ✚ Ces trois méthodes convergent vers l'absence de biais lorsque  $N_s$  et  $N_r$  atteignent des valeurs élevées (typiquement lorsque  $N_s \cdot (N_r - 1) > 40$ ).

De même, aucune différence significative n'a pu être observée entre les écarts types des distributions  $zr_i$ , quelle que soit la manière de calculer  $ZR_i$ .

Nous avons alors décidé d'adopter la valeur moyenne quadratique, car cette valeur est bien connue pour ne causer aucun biais lorsqu'un écart-type est déterminé à partir de plusieurs estimations de celui-ci.

#### 5.3.4.2 Calcul de $s_r$

Toutes les méthodes semblent produire des biais importants lorsque  $N_s$  et/ou  $N_r$  sont faibles, même lorsque l'équation (31) est utilisée pour déterminer les rankits  $ZR$ .

Comme le montre la Figure 29, cela est dû au fait que la droite de régression produit des valeurs de  $P_{(N+1)/2}$  significativement plus élevées que la valeur attendue de 0,5 (dans le cas de la Figure 29 pour laquelle  $N_r = 2$  et  $N_s = 5$ ,  $ZR_3 = 0,568$ ). Par conséquent, l'équation (5), qui suppose que  $P_{(N+1)/2} = 0,5$  ne fonctionne pas correctement et son utilisation produit des estimations de  $s_r$  biaisées. Cela provient de l'asymétrie de l'équation (7).

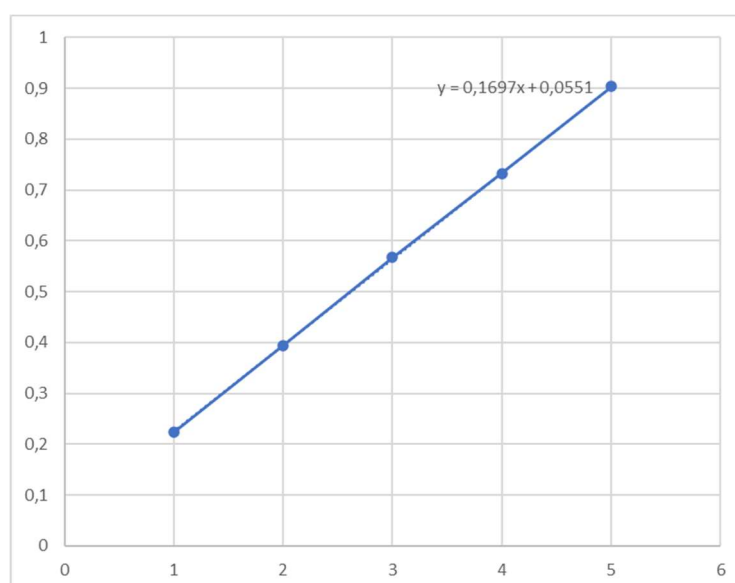


Figure 29: distribution des  $P_i$  du tracé de probabilités cumulées ET pour  $N_r = 2$  (nombre de répétitions) et  $N_s = 5$  (nombre de séries).

Pour résoudre ce problème, nous avons transformé l'équation (5) en l'équation (33) comme suit :

$$P_i = \frac{i - a_1}{N + a_2} \quad (33)$$

où " $P_i$ " est la probabilité cumulée théorique de la donnée de rang " $i$ "

" $i$ " est le rang de la donnée,

" $a_1$ " et " $a_2$ " sont des constantes déterminées comme suit :

$a_1 = B_1 \cdot \log(N_s) + B_2$  avec  $B_1$  et  $B_2$  choisis dans le Tableau 8

$a_2 = 1 - 2 \cdot a$  avec " $a$ " venant de l'équation (31).

Tableau 8. Valeurs de  $B_1$  et  $B_2$  à utiliser pour déterminer  $a_1$  et  $a_2$  de l'équation (33)

$N_r$	2	3	4	5	6	7	8	9 to 11	$\geq 12$
$B_1$	-0,1	0,04	0,08	0,1	0,09	0,07	0,06	0,05	$a_1 = a$ of Equation (31)
$B_2$	-0,255	-0,01	0,034	0,06	0,97	0,13	0,14	0,175	

L'utilisation de droites de régression à l'aide de l'équation (33) pour déterminer le  $ZR_i$  produit des estimations sans aucun biais d'un écart type à partir des tracés de probabilités cumulées ET. L'estimation de  $s_r$  correspond à l'ordonnée de l'abscisse "1". Par exemple, dans la Figure 6, l'équation de régression est  $y = 0,1312 \cdot x + 0,6161$ ,  $s_r = (1 - 0,6161) / 0,1312 = 2,9$ .

Notez que si la régression est calculée en inversant les axes tels qu'ils sont habituellement utilisés pour les tracés (c'est-à-dire  $ZR_i$  en abscisse et les données en ordonnée), l'estimation  $s_r$  est calculée par la somme des coefficients de régression.

### Dispersion liée à la détermination de ces écarts-types

Nous avons comparé la dispersion des estimations d'un écart-type déterminé par l'équation (33) et par l'équation usuelle  $s = \sqrt{\sum s_i^2 / N}$ . Aucune différence significative n'est apparue, quels que soient  $N_r$  et  $N_s$  (voir tableau A5 en annexe).



### 5.3.5 Intervalles de confiance sur $z_i$

La validité des énoncés du § 3.5 a été vérifiée en comparant les résultats obtenus avec la méthode du § 3.5 et les résultats obtenus par la méthode de Monte-Carlo (voir § 5.3.2). Cette vérification a été effectuée pour le centile 2,5% (limite inférieure de l'intervalle de confiance de 95%).

La Figure 30 montre les différences de résultats entre ces deux modes de calcul.

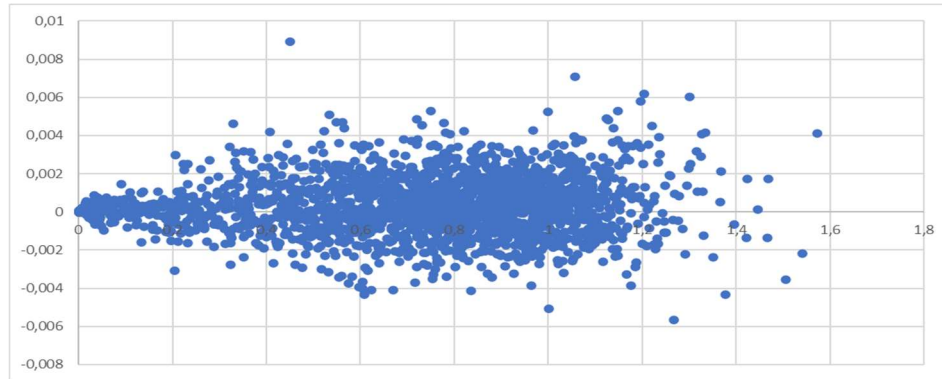


Figure 30. Différences entre les centiles 2,5% calculés avec les B-rankits et avec les  $ZR_i$  rankits, en fonction de la valeur vraie du centile, pour  $3 \leq N_s \leq 30$ , pour  $2 \leq N_r \leq 25$  et pour  $1 \leq i \leq N$

On constate qu'il n'y a pas de différence significative entre les deux séries de résultats, ce qui valide le calcul à l'aide des B-rankits (les différences maximales se situent dans la limite de la précision des déterminations, comme indiqué au § 5.3.2).

Les Figure 31a à Figure 31f montrent les résultats des limites des intervalles de confiance de 95% pour  $z_i$ , pour  $N=5$ ,  $N=9$ ,  $N=15$  et  $N=28$  en fonction de  $i$  et en fonction de  $ZR_i$ . Il faut noter que, pour les Figure 31b, Figure 31d et Figure 31f, un choix doit être fait entre les différentes façons de déterminer les B-rankits à utiliser pour le calcul de  $Z_i$ . Pour ce faire, nous avons choisi d'utiliser l'équation (2), qui est la plus classique. Comme nous l'avons vu précédemment, les différences entre les équations (2) à (4) sont faibles.

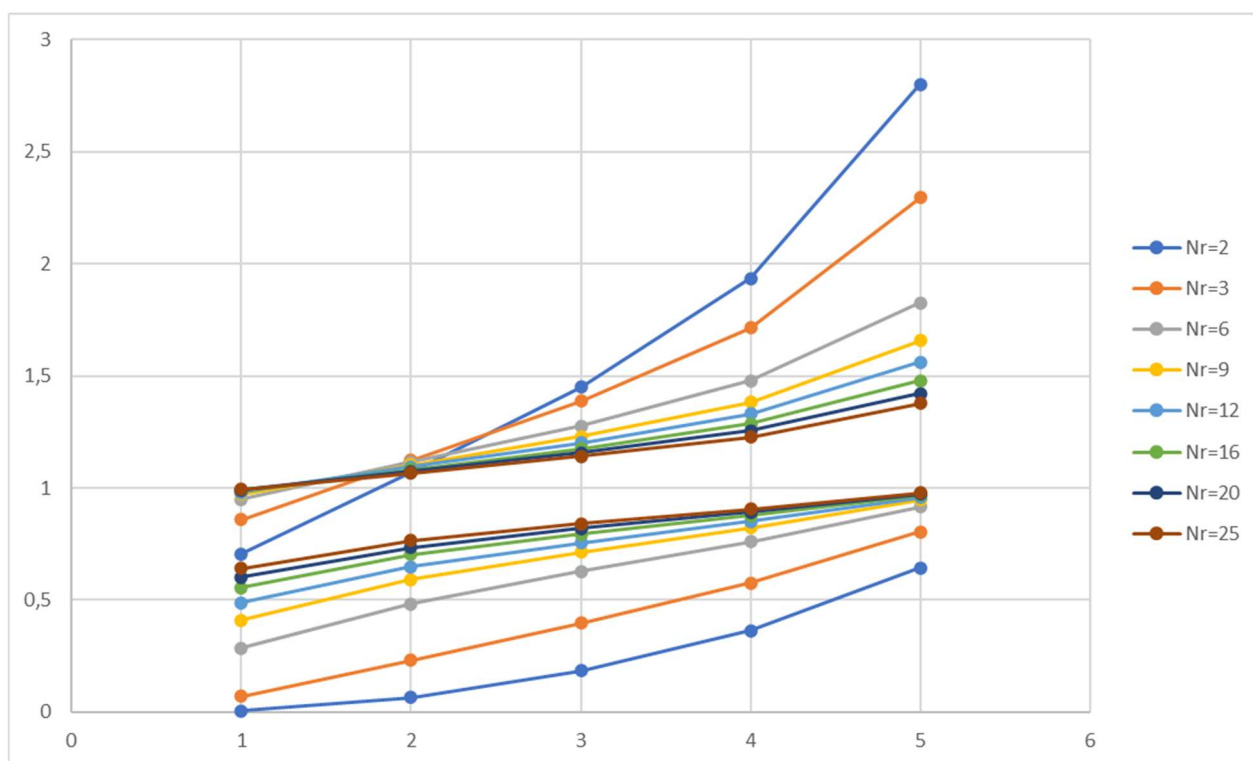


Figure 31a. Limites des intervalles de confiance à 95% de  $s/\sigma$ , en fonction de  $i$  pour  $N_s = 5$

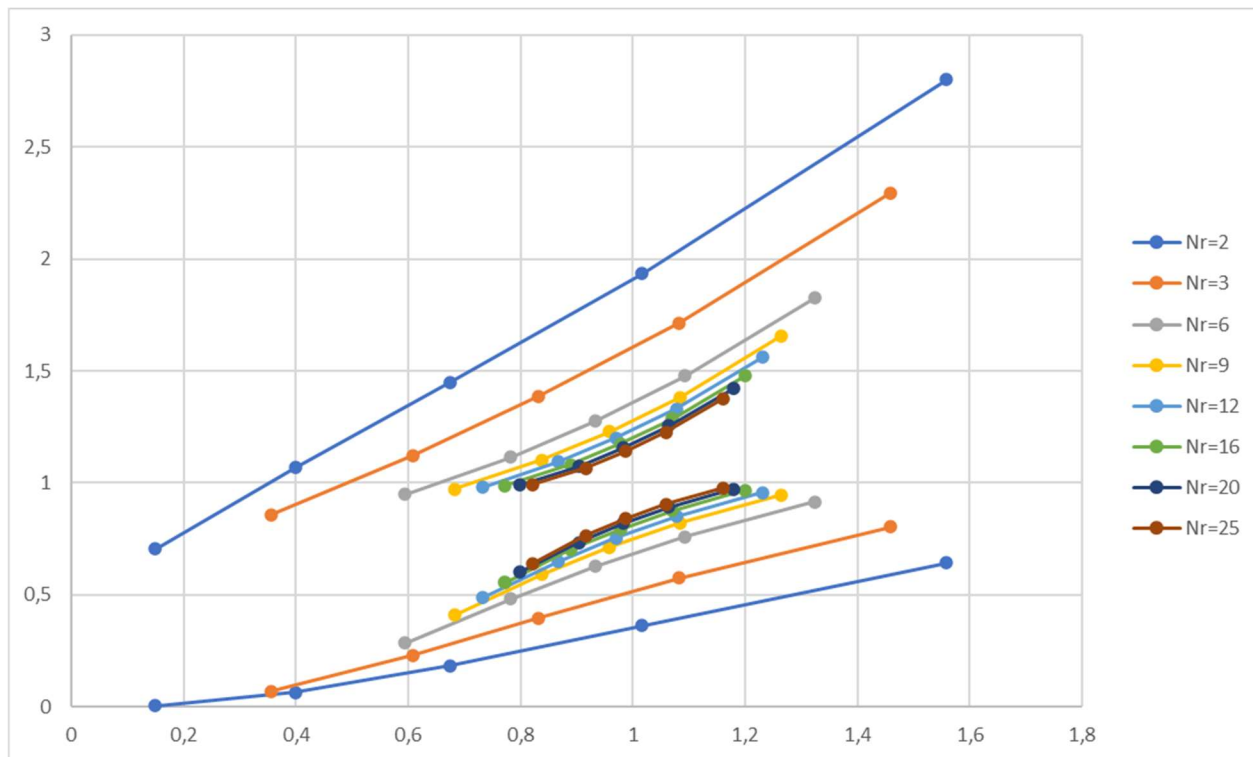


Figure 31b. Limites des intervalles de confiance à 95% de  $s/\sigma$ , en fonction de  $ZR_i$  pour  $N_s = 5$

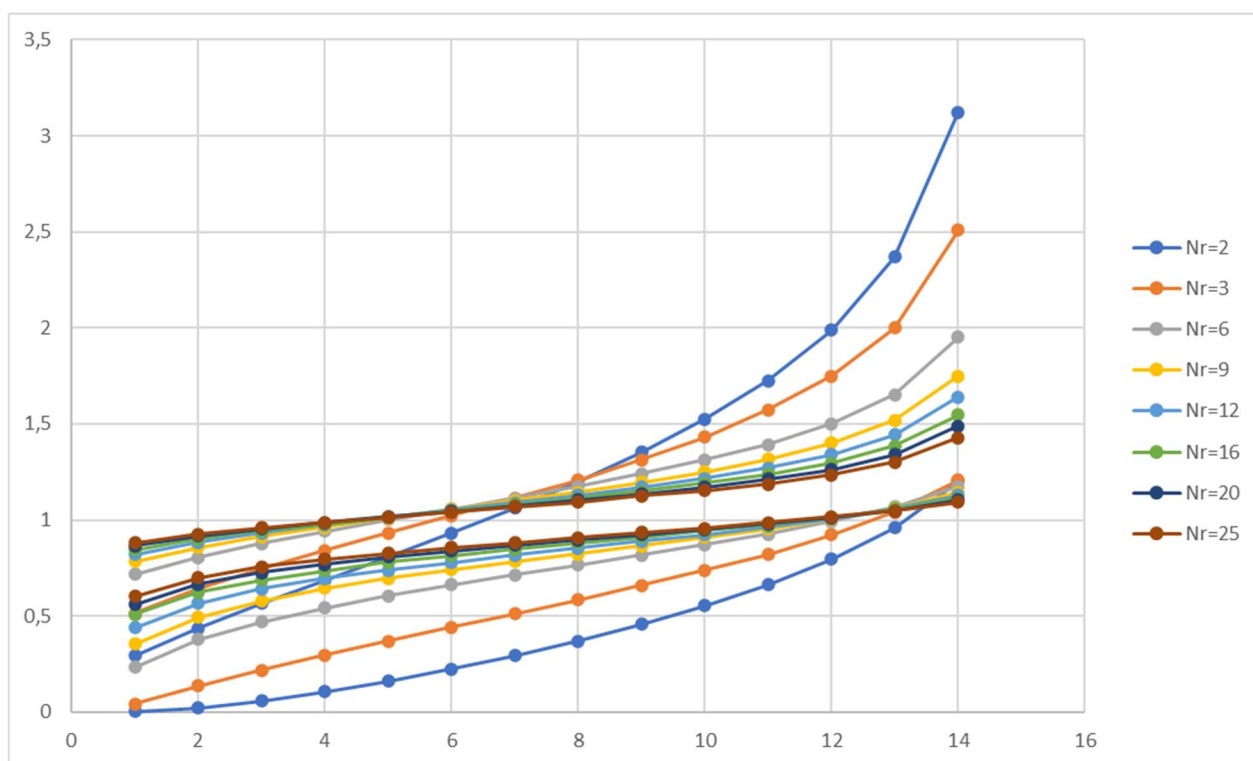


Figure 31c. Limites des intervalles de confiance à 95% de  $s/\sigma$ , en fonction de  $i$  pour  $N_s = 14$

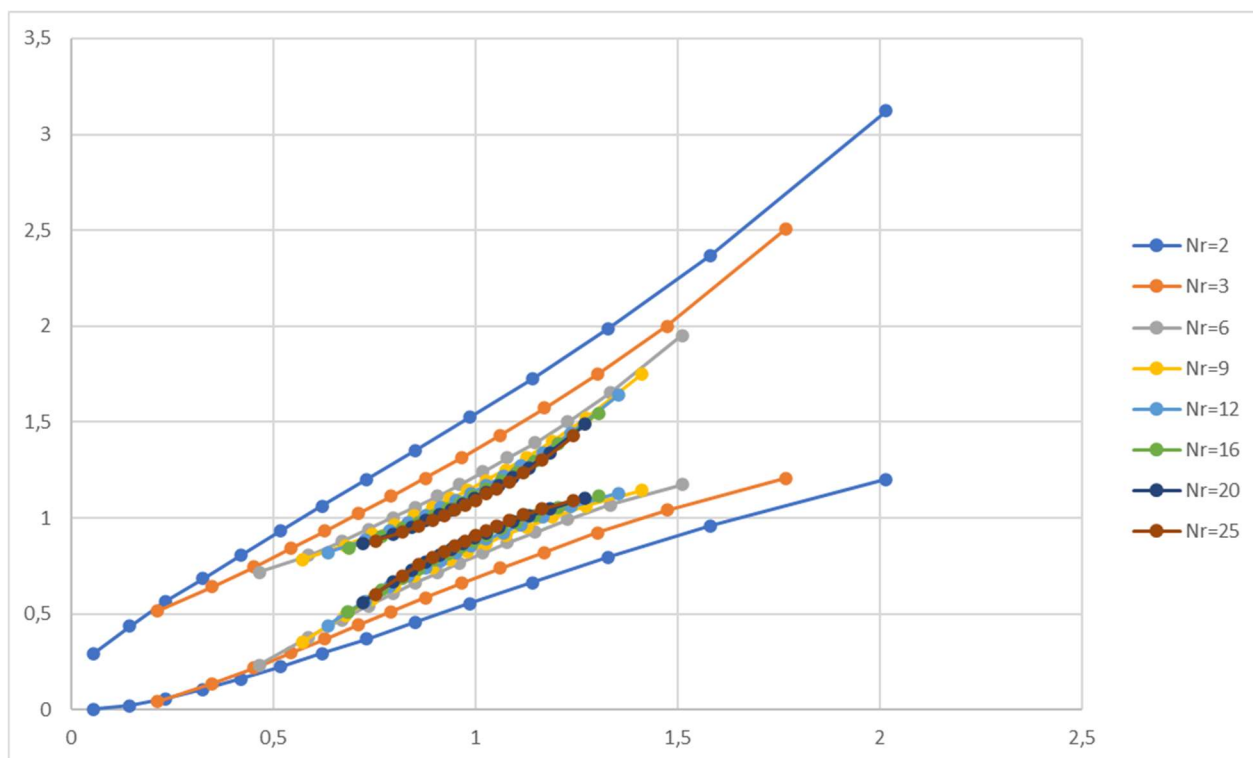


Figure 31d. Limites des intervalles de confiance à 95% de  $s/\sigma$ , en fonction de  $ZR_i$  pour  $N_s = 14$

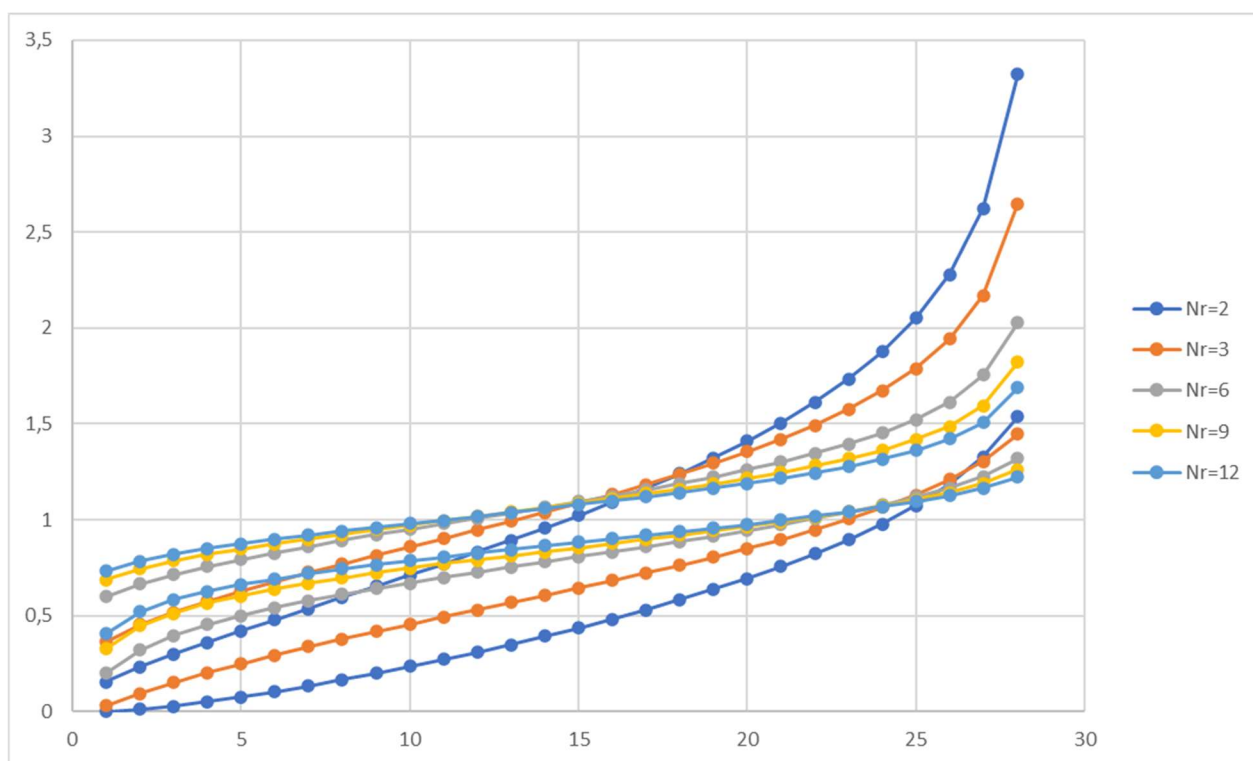


Figure 31e. Limites des intervalles de confiance à 95% de  $s/\sigma$ , en fonction de  $i$  pour  $N_s = 28$

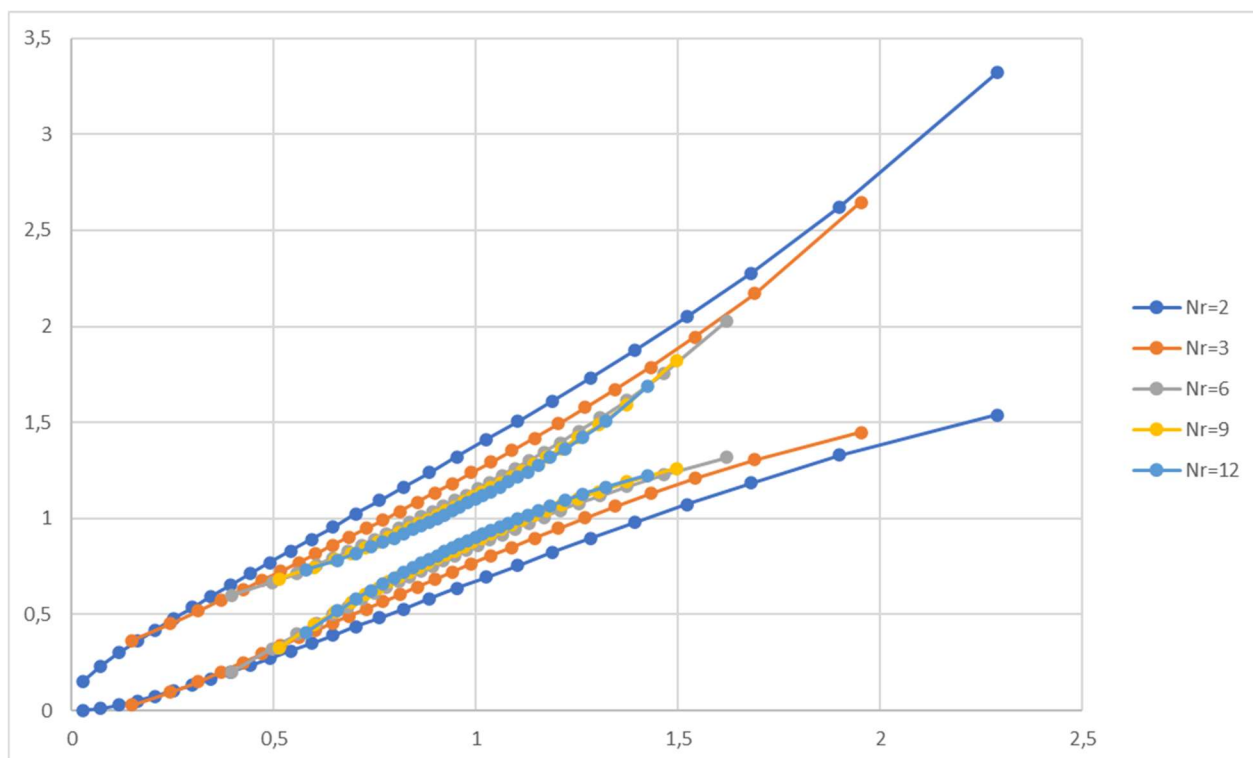


Figure 31f. Limites des intervalles de confiance à 95% de  $s/\sigma$ , en fonction de  $ZR_i$  pour  $N_s = 28$

A noter que, dans les cas pratiques, la valeur vraie de l'écart-type  $\sigma$  est inconnue. Seule son estimation " $s$ " est connue. Or la connaissance de cette valeur  $\sigma$  est nécessaire pour tracer les Figure 31a à Figure 31f et les utiliser pour vérifier si un ensemble de données rentre ou pas à l'intérieur des intervalles de confiance correspondants. Une prochaine étude est prévue pour déterminer des techniques permettant de surmonter ce problème.

### Conclusions :

Les Figure 31a to Figure 31f (en particulier la Figure 31f) montrent que les intervalles de confiance tendent vers des intervalles gaussiens lorsque  $N_r$  augmente.

Ces figures fournissent de nombreuses informations sur la façon dont les  $s_i$  se dispersent. Cependant, la valeur  $\sigma$  n'est normalement pas connue et, par conséquent, ces figures ne peuvent pas être tracées dans des cas pratiques.

### 5.3.6 Conclusions concernant les distributions $ZR_i$ pour les distributions d'estimations d'écarts-types de populations gaussiennes

Aucune différence significative d'efficacité (biais et dispersion) n'a pu être observée entre les différentes manières de calculer le  $ZR_i$  ( $ZR_i$  moyen quadratique,  $ZR_i$  moyen et  $ZR_i$  médian). Une formule empirique a été déterminée pour calculer les valeurs de  $a$  les plus adéquates, en fonction de  $N_r$  (nombre de répétitions) et  $N_s$  (nombre de séries) utilisés pour calculer l'écart-type.

Pour estimer la valeur réelle de l'écart-type, la méthode consistant à déterminer la valeur  $i$  pour laquelle  $s_i/\sigma$  est la plus proche de 1, et à calculer  $\sigma = k \cdot s_i$  avec  $k$  dépendant à la fois de  $N_r$  et de  $N_s$  s'est avérée la plus efficace en termes d'absence de biais. La méthode de régression incluant tous les résultats s'est avérée la plus efficace en termes de vitesse de convergence.

Les courbes enveloppes de confiance de la ligne de régression peuvent être déterminées avec précision à l'aide des centiles des distributions  $p_i$ . Ces courbes enveloppes tendent vers celles des droites de Henry lorsque  $N_r$  et  $N_s$  sont grands. Ceci est cohérent avec les équations bien connues des approximations gaussiennes des distributions du  $\chi^2$ .

## 5.4 Conclusions générales

Les diagrammes de probabilités cumulées peuvent être utilisés pour vérifier si une population correspond à une forme de distribution (typiquement vérifier si une population est gaussienne, mais pas seulement), pour vérifier si certaines données sont aberrantes et pour estimer les paramètres de la loi de distribution. Ces trois types d'utilisation ne requièrent pas le même niveau de précision pour les rankits nécessaires à l'élaboration des diagrammes de probabilité cumulée.

Pour vérifier si une population correspond à une forme de distribution, il faudrait idéalement utiliser des courbes enveloppes de confiance plutôt que des lignes droites, c'est-à-dire des paires de rankits. Cependant, l'habitude est de n'utiliser que des lignes droites pour lesquelles une grande précision n'est pas nécessaire pour vérifier la rectitude du tracé. Les mêmes remarques s'appliquent pour vérifier si certaines données sont aberrantes, car une donnée aberrante est une donnée qui n'appartient pas à la population principale.

En revanche, l'estimation des paramètres de la distribution nécessite une détermination précise de la pente du graphique de probabilité cumulée et, par conséquent, l'utilisation de rangs plus précis que pour les autres utilisations.

Les distributions de probabilités cumulées de valeurs aléatoires ordonnées à partir de distributions uniformes peuvent être modélisées par des distributions binomiales  $[i-1, N]$  (où  $i$  est l'ordre de la valeur et  $N$  le nombre total de valeurs).

Les valeurs moyennes de ces distributions peuvent être déterminées à l'aide de l'équation  $P_i = i/(N + 1)$ . Les valeurs approchées des centiles (y compris les valeurs médianes) peuvent être déterminées à l'aide de l'algorithme de recherche par dichotomie.

Les valeurs des centiles sont conservées lors de transformations. C'est pourquoi, lorsque l'on ne dispose d'aucune connaissance sur les rankits adéquats pour un certain type de loi de distribution, les transformations des valeurs médianes de la distribution binomiale d'origine sont de bons candidats pour les rankits correspondants. Pour la même raison, les courbes de confiance des enveloppes peuvent être déterminées à partir des transformations des valeurs des centiles de la distribution binomiale d'origine.

Les valeurs  $P_i$  appropriées sont distribuées de manière très proche d'une ligne droite. Les équations habituellement recommandées  $((i - a)/(N + 1 - 2a))$  avec  $a=3/8$  ou  $a=0,3175$ ) produisent des rankits qui sont proches des valeurs médianes des distributions de la racine binomiale (les différences entre les rankits réels et la ligne droite sont inférieures à 0,01). Nous avons proposé des équations pour déterminer "a" en fonction de "N", qui réduisent cet écart à 0,001. Il n'est alors pas nécessaire d'utiliser des fonctions d'approximation plus compliquées (par exemple un polynôme de degré supérieur) pour approcher les vraies valeurs des rankits. Lorsque N est grand (généralement plus de 30), la dispersion sur "a" est si importante qu'il n'est pas nécessaire de prendre soin de sélectionner une valeur précise de "a".

L'équation empirique  $a = 0,33 - 1/(3,7.N + 18,2)$  permet de déterminer des rankits appropriés pour les distributions binomiales d'origine qui peut être utilisée pour déterminer les courbes enveloppes du graphe de probabilité de n'importe quelle loi de distribution, dès lors que sa fonction cumulative est connue.

Concernant les populations normalement distribuées :

- ✚ La détermination de la valeur moyenne d'une droite de régression est aussi précise que la méthode habituelle, quel que soit le mode de calcul des G-rankits ;
- ✚ La détermination d'estimations de l'écart-type par la valeur de la pente de la droite de régression nécessite l'utilisation de rankits spécialement déterminés. Les rankits médians et les rankits moyens produisent tous deux des biais, même pour de grandes valeurs de N (+0,01 dans la plupart des cas). Cependant, des vérifications ont confirmé que tous les modes conduisent à l'absence de biais lorsque  $N \rightarrow \infty$ . L'équation  $a = 0,41 - 1/(1,5.N + 10)$  a été déterminée empiriquement pour produire des rankits qui évitent tout biais (par conséquent,  $a \rightarrow 0,41$  quand  $N \rightarrow \infty$ ) ;
- ✚ Lorsque des valeurs appropriées de "a" sont utilisées, la précision de détermination de l'écart-type est identique à celle de la méthode habituelle. De plus, cela permet de détecter facilement les données aberrantes ;
- ✚ L'utilisation des centiles des distributions binomiales d'origine produit de meilleures courbes enveloppes de confiance de la droite de régression que l'équation habituelle des droites de régression.

Concernant les populations d'écarts types déterminés à partir d'un nombre limité de répétitions :

- ✚ La détermination des estimations de l'écart-type par la valeur de la pente de la droite de régression nécessite l'utilisation de rankits spécialement déterminés. L'équation habituelle  $P_i = (i - a)/(N + 1 - 2.a)$  ne fonctionne pas correctement et doit être transformée en une équation  $P_i = (i - a_1)/(N + a_2)$  où  $a_1$  et  $a_2$  sont des fonctions de  $N_s$  (nombre de séries) et  $N_r$  (nombre de répétitions). Lorsque  $N_s$  et  $N_r$  sont grands,  $a \rightarrow 0,407$ ,  $a_1 \rightarrow a$  et  $a_2 \rightarrow 1 - 2.a$  ;
- ✚ Lorsque des valeurs appropriées de "a" sont utilisées, la précision de détermination de l'écart-type est identique à celle de la méthode habituelle. De plus, cela permet de détecter facilement les données aberrantes ;
- ✚ Les courbes enveloppes de confiance de la ligne de régression peuvent être déterminées avec précision à l'aide des centiles des distributions binomiales sous-jacentes. Ces courbes enveloppes tendent vers celles des droites de Henry lorsque  $N_r$  et  $N_s$  sont grands.

## 6 Références

- [1] ISO 5479:1997 Interprétation statistique des données — Tests pour les écarts à la distribution normale
- [2] ISO 16269-4:2010 Statistical interpretation of data – Detection and treatment of outliers (indisponible en français)
- [3] James J. Filliben, “The Probability Plot Correlation Coefficient Test for Normality”, Technometrics Vol. 17 N°1 pp. 111 to 117, February 1975 (en anglais)  
DOI: <https://www1.cmc.edu/pages/faculty/MONeill/Math152/Handouts/filliben.pdf>
- [4] a=0,3 A. Bernard, E.C. Bos-Levenbach, “Het uitzetten van waarnemingen op waarschijnlijkheidspapier”, First published: September 1953 (en néerlandais)  
DOI: <https://doi.org/10.1111/j.1467-9574.1953.tb00821.x>
- [5] a=0,326 G.H. Yu C.C. Huang, “A distribution free plotting position”, Stochastic Environmental Research and Risk Assessment, Volume 15 pages 462–476 (2001) (en anglais)  
DOI: <https://doi.org/10.1007/s004770100083>
- [6] a=0,4 C. Cunnane, “Unbiased plotting positions — A review”, Journal of hydrology Volume 37, Issues 3-4, May 1978, Pages 205-222 (en anglais)  
DOI: [https://doi.org/10.1016/0022-1694\(78\)90017-3](https://doi.org/10.1016/0022-1694(78)90017-3)
- [7] a=0,44 Irving I. Gringorten, “A plotting rule for extreme probability paper”, First published: 1 February 1963 (en anglais)  
DOI: <https://doi.org/10.1029/JZ068i003p00813>
- [8] a=0,567 David T. Mage, “An Objective Graphical Method for Testing Normal Distributional Assumptions Using Probability Plots”, The American Statistician Vol. 36, No. 2 (May, 1982), pp. 116-120 Published By: Taylor & Francis, Ltd. (en anglais)  
DOI: <https://doi.org/10.2307/2684021>
- [9] Wikipedia page “Droite de Henry”,  
DOI: [https://fr.wikipedia.org/wiki/Droite\\_de\\_Henry](https://fr.wikipedia.org/wiki/Droite_de_Henry)
- [10] Wikipedia page “Normal probability plot” (en anglais)  
DOI: [https://en.wikipedia.org/wiki/Normal\\_probability\\_plot](https://en.wikipedia.org/wiki/Normal_probability_plot)
- [11] Wikipedia page “Skewness” (en anglais)  
DOI: <https://en.wikipedia.org/wiki/Skewness>
- [12] Wikipedia page “Kurtosis” (en anglais)  
DOI: <https://en.wikipedia.org/wiki/Kurtosis>
- [13] ISO 2854:1976 Interprétation statistique des données — Techniques d'estimation et tests portant sur des moyennes et des variances
- [14] David Luengo, Luca Martino, Mónica Bugallo, Víctor Elvira and Simo Särkkä, “A survey of Monte Carlo methods for parameter estimation” EURASIP Journal on Advances in Signal Processing, Article 25, May 2020 (en anglais)  
DOI: <https://doi.org/10.1186/s13634-020-00675-6>



# Annexe:

## Résultats détaillés obtenus à l'occasion de cette étude

**Tableau A1 :**

**Moyennes, médianes et centiles 0,5%, 1%, 5%, 10%, 90%, 95%, 99% et 99,5% pour N = 2 à 30, i = 1 à N**

N	i	Moyenne	Médiane	Centile 0,5%	Centile 1%	Centile 5%	Centile 10%	Centile 90%	Centile 95%	Centile 99%	Centile 99,5%
2	1	0,33333	0,29289	0,00250	0,00501	0,02532	0,05132	0,68377	0,77639	0,90000	0,92929
2	2	0,66667	0,70711	0,07071	0,10000	0,22361	0,31623	0,94868	0,97468	0,99499	0,99750
3	1	0,25000	0,20630	0,00167	0,00334	0,01695	0,03451	0,53584	0,63160	0,78456	0,82900
3	2	0,50000	0,50000	0,04140	0,05890	0,13535	0,19580	0,80420	0,86465	0,94110	0,95860
3	3	0,75000	0,79370	0,17100	0,21544	0,36840	0,46416	0,96549	0,98305	0,99666	0,99833
4	1	0,20000	0,15910	0,00125	0,00251	0,01274	0,02600	0,43766	0,52713	0,68377	0,73409
4	2	0,40000	0,38573	0,02945	0,04200	0,09761	0,14256	0,67954	0,75140	0,85913	0,88911
4	3	0,60000	0,61427	0,11089	0,14087	0,24860	0,32046	0,85744	0,90239	0,95800	0,97055
4	4	0,80000	0,84090	0,26591	0,31623	0,47287	0,56234	0,97400	0,98726	0,99749	0,99875
5	1	0,16667	0,12945	0,00100	0,00201	0,01021	0,02085	0,36904	0,45072	0,60189	0,65343
5	2	0,33333	0,31381	0,02288	0,03268	0,07644	0,11223	0,58389	0,65741	0,77793	0,81490
5	3	0,50000	0,50000	0,08283	0,10564	0,18926	0,24664	0,75336	0,81074	0,89436	0,91717
5	4	0,66667	0,68619	0,18510	0,22207	0,34259	0,41611	0,88777	0,92356	0,96732	0,97712
5	5	0,83333	0,87055	0,34657	0,39811	0,54928	0,63096	0,97915	0,98979	0,99799	0,99900
6	1	0,14286	0,10910	0,00083	0,00167	0,00851	0,01741	0,31871	0,39304	0,53584	0,58648
6	2	0,28571	0,26445	0,01872	0,02676	0,06285	0,09260	0,51032	0,58180	0,70569	0,74601
6	3	0,42857	0,42141	0,06628	0,08473	0,15316	0,20091	0,66681	0,72866	0,82693	0,85640
6	4	0,57143	0,57859	0,14360	0,17307	0,27134	0,33319	0,79909	0,84684	0,91527	0,93372
6	5	0,71429	0,73555	0,25399	0,29431	0,41820	0,48968	0,90740	0,93715	0,97324	0,98128
6	6	0,85714	0,89090	0,41352	0,46416	0,60696	0,68129	0,98259	0,99149	0,99833	0,99917
7	1	0,12500	0,09428	0,00072	0,00143	0,00730	0,01494	0,28031	0,34816	0,48205	0,53088
7	2	0,25000	0,22849	0,01584	0,02267	0,05338	0,07882	0,45256	0,52070	0,64336	0,68491
7	3	0,37500	0,36412	0,05530	0,07080	0,12876	0,16964	0,59618	0,65874	0,76368	0,79703
7	4	0,50000	0,50000	0,11770	0,14227	0,22532	0,27860	0,72140	0,77468	0,85773	0,88230
7	5	0,62500	0,63588	0,20297	0,23632	0,34126	0,40382	0,83036	0,87124	0,92920	0,94470
7	6	0,75000	0,77151	0,31509	0,35664	0,47930	0,54744	0,92118	0,94662	0,97733	0,98416
7	7	0,87500	0,90572	0,46912	0,51795	0,65184	0,71969	0,98506	0,99270	0,99857	0,99928
8	1	0,11111	0,08300	0,00063	0,00126	0,00639	0,01308	0,25011	0,31234	0,43766	0,48433
8	2	0,22222	0,20113	0,01374	0,01966	0,04639	0,06863	0,40625	0,47068	0,58994	0,63152
8	3	0,33333	0,32052	0,04746	0,06084	0,11111	0,14685	0,53822	0,59969	0,70677	0,74217
8	4	0,44444	0,44016	0,09987	0,12095	0,19290	0,23966	0,65538	0,71076	0,80180	0,83030
8	5	0,55556	0,55984	0,16970	0,19820	0,28924	0,34462	0,76034	0,80710	0,87905	0,90013
8	6	0,66667	0,67948	0,25783	0,29323	0,40031	0,46178	0,85315	0,88889	0,93916	0,95254
8	7	0,77778	0,79887	0,36848	0,41006	0,52932	0,59375	0,93137	0,95361	0,98034	0,98626
8	8	0,88889	0,91700	0,51567	0,56234	0,68766	0,74989	0,98692	0,99361	0,99874	0,99937
9	1	0,10000	0,07412	0,00056	0,00112	0,00568	0,01164	0,22574	0,28313	0,40052	0,44495
9	2	0,20000	0,17962	0,01212	0,01736	0,04102	0,06077	0,36836	0,42914	0,54403	0,58497
9	3	0,30000	0,28624	0,04158	0,05335	0,09775	0,12950	0,49008	0,54964	0,65631	0,69261
9	4	0,40000	0,39309	0,08679	0,10526	0,16875	0,21040	0,59942	0,65506	0,74997	0,78086
9	5	0,50000	0,50000	0,14606	0,17096	0,25137	0,30097	0,69903	0,74863	0,82904	0,85394
9	6	0,60000	0,60691	0,21914	0,25003	0,34494	0,40058	0,78960	0,83125	0,89474	0,91321
9	7	0,70000	0,71376	0,30739	0,34369	0,45036	0,50992	0,87050	0,90225	0,94665	0,95842
9	8	0,80000	0,82038	0,41503	0,45597	0,57086	0,63164	0,93923	0,95898	0,98264	0,98788
9	9	0,90000	0,92588	0,55505	0,59948	0,71687	0,77426	0,98836	0,99432	0,99888	0,99944
10	1	0,09091	0,06697	0,00050	0,00100	0,00512	0,01048	0,20567	0,25887	0,36904	0,41130

N	i	Moyenne	Médiane	Centile 0,5%	Centile 1%	Centile 5%	Centile 10%	Centile 90%	Centile 95%	Centile 99%	Centile 99,5%
10	2	0,18182	0,16226	0,01085	0,01554	0,03677	0,05453	0,33685	0,39416	0,50435	0,54429
10	3	0,27273	0,25857	0,03701	0,04751	0,08726	0,11583	0,44960	0,50690	0,61174	0,64820
10	4	0,36364	0,35510	0,07677	0,09321	0,15003	0,18756	0,55173	0,60662	0,70288	0,73511
10	5	0,45455	0,45169	0,12831	0,15044	0,22244	0,26732	0,64578	0,69646	0,78166	0,80908
10	6	0,54545	0,54831	0,19092	0,21834	0,30354	0,35422	0,73268	0,77756	0,84956	0,87169
10	7	0,63636	0,64490	0,26489	0,29712	0,39338	0,44827	0,81244	0,84997	0,90679	0,92323
10	8	0,72727	0,74143	0,35180	0,38826	0,49310	0,55040	0,88417	0,91274	0,95249	0,96299
10	9	0,81818	0,83774	0,45571	0,49565	0,60584	0,66315	0,94547	0,96323	0,98446	0,98915
10	10	0,90909	0,93303	0,58870	0,63096	0,74113	0,79433	0,98952	0,99488	0,99900	0,99950
11	1	0,08333	0,06107	0,00046	0,00091	0,00465	0,00953	0,18887	0,23840	0,34207	0,38225
11	2	0,16667	0,14796	0,00982	0,01407	0,03332	0,04945	0,31024	0,36436	0,46982	0,50856
11	3	0,25000	0,23579	0,03334	0,04282	0,07882	0,10477	0,41516	0,47009	0,57232	0,60850
11	4	0,33333	0,32380	0,06884	0,08366	0,13508	0,16923	0,51076	0,56437	0,66042	0,69328
11	5	0,41667	0,41189	0,11447	0,13439	0,19958	0,24053	0,59947	0,65019	0,73780	0,76680
11	6	0,50000	0,50000	0,16931	0,19398	0,27125	0,31772	0,68228	0,72875	0,80602	0,83069
11	7	0,58333	0,58811	0,23320	0,26220	0,34981	0,40053	0,75947	0,80042	0,86561	0,88553
11	8	0,66667	0,67620	0,30672	0,33958	0,43563	0,48924	0,83077	0,86492	0,91634	0,93116
11	9	0,75000	0,76421	0,39150	0,42768	0,52991	0,58484	0,89523	0,92118	0,95718	0,96666
11	10	0,83333	0,85204	0,49144	0,53018	0,63564	0,68976	0,95055	0,96668	0,98593	0,99018
11	11	0,91667	0,93893	0,61775	0,65793	0,76160	0,81113	0,99047	0,99535	0,99909	0,99954
12	1	0,07692	0,05613	0,00042	0,00084	0,00427	0,00874	0,17460	0,22092	0,31871	0,35695
12	2	0,15385	0,13598	0,00897	0,01285	0,03046	0,04524	0,28750	0,33868	0,43954	0,47703
12	3	0,23077	0,21669	0,03034	0,03898	0,07187	0,09565	0,38552	0,43811	0,53734	0,57295
12	4	0,30769	0,29758	0,06240	0,07589	0,12285	0,15419	0,47527	0,52733	0,62219	0,65522
12	5	0,38462	0,37853	0,10336	0,12147	0,18103	0,21868	0,55900	0,60914	0,69760	0,72752
12	6	0,46154	0,45951	0,15219	0,17461	0,24530	0,28817	0,63772	0,68476	0,76511	0,79147
12	7	0,53846	0,54049	0,20853	0,23489	0,31524	0,36228	0,71183	0,75470	0,82539	0,84781
12	8	0,61538	0,62147	0,27248	0,30240	0,39086	0,44100	0,78132	0,81897	0,87853	0,89664
12	9	0,69231	0,70242	0,34478	0,37781	0,47267	0,52473	0,84581	0,87715	0,92411	0,93760
12	10	0,76923	0,78331	0,42705	0,46266	0,56189	0,61448	0,90435	0,92813	0,96102	0,96966
12	11	0,84615	0,86402	0,52297	0,56046	0,66132	0,71250	0,95476	0,96954	0,98715	0,99103
12	12	0,92308	0,94387	0,64305	0,68129	0,77908	0,82540	0,99126	0,99573	0,99916	0,99958
13	1	0,07143	0,05192	0,00039	0,00077	0,00394	0,00807	0,16232	0,20582	0,29830	0,33473
13	2	0,14286	0,12579	0,00825	0,01182	0,02805	0,04169	0,26784	0,31634	0,41283	0,44902
13	3	0,21429	0,20045	0,02783	0,03578	0,06605	0,08800	0,35978	0,41010	0,50617	0,54104
13	4	0,28571	0,27528	0,05708	0,06946	0,11267	0,14161	0,44426	0,49465	0,58776	0,62064
13	5	0,35714	0,35016	0,09423	0,11083	0,16566	0,20050	0,52343	0,57262	0,66090	0,69128
13	6	0,42857	0,42508	0,13827	0,15882	0,22396	0,26373	0,59824	0,64520	0,72711	0,75457
13	7	0,50000	0,50000	0,18870	0,21288	0,28705	0,33086	0,66914	0,71295	0,78712	0,81130
13	8	0,57143	0,57492	0,24543	0,27289	0,35480	0,40176	0,73627	0,77604	0,84118	0,86173
13	9	0,64286	0,64984	0,30872	0,33910	0,42738	0,47657	0,79950	0,83434	0,88917	0,90577
13	10	0,71429	0,72472	0,37936	0,41224	0,50535	0,55574	0,85839	0,88733	0,93054	0,94292
13	11	0,78571	0,79955	0,45896	0,49383	0,58990	0,64022	0,91200	0,93395	0,96422	0,97217
13	12	0,85714	0,87421	0,55098	0,58717	0,68366	0,73216	0,95831	0,97195	0,98818	0,99175
13	13	0,92857	0,94808	0,66527	0,70170	0,79418	0,83768	0,99193	0,99606	0,99923	0,99961
14	1	0,06667	0,04831	0,00036	0,00072	0,00366	0,00750	0,15166	0,19264	0,28031	0,31508
14	2	0,13333	0,11702	0,00764	0,01095	0,02600	0,03866	0,25067	0,29673	0,38910	0,42403
14	3	0,20000	0,18647	0,02571	0,03306	0,06110	0,08148	0,33721	0,38539	0,47826	0,51231
14	4	0,26667	0,25608	0,05259	0,06403	0,10405	0,13094	0,41698	0,46566	0,55667	0,58918
14	5	0,33333	0,32575	0,08660	0,10193	0,15272	0,18513	0,49196	0,54001	0,62743	0,65794
14	6	0,40000	0,39544	0,12671	0,14568	0,20607	0,24316	0,56311	0,60959	0,69203	0,72014
14	7	0,46667	0,46515	0,17240	0,19472	0,26358	0,30455	0,63087	0,67497	0,75120	0,77657
14	8	0,53333	0,53485	0,22343	0,24880	0,32503	0,36913	0,69545	0,73642	0,80528	0,82760
14	9	0,60000	0,60456	0,27986	0,30797	0,39041	0,43689	0,75684	0,79393	0,85432	0,87329

N	i	Moyenne	Médiane	Centile 0,5%	Centile 1%	Centile 5%	Centile 10%	Centile 90%	Centile 95%	Centile 99%	Centile 99,5%
14	10	0,66667	0,67425	0,34206	0,37257	0,45999	0,50804	0,81487	0,84728	0,89807	0,91340
14	11	0,73333	0,74392	0,41082	0,44333	0,53434	0,58302	0,86906	0,89595	0,93597	0,94741
14	12	0,80000	0,81353	0,48769	0,52174	0,61461	0,66279	0,91852	0,93890	0,96694	0,97429
14	13	0,86667	0,88298	0,57597	0,61090	0,70327	0,74933	0,96134	0,97400	0,98905	0,99236
14	14	0,93333	0,95169	0,68492	0,71969	0,80736	0,84834	0,99250	0,99634	0,99928	0,99964
15	1	0,06250	0,04516	0,00033	0,00067	0,00341	0,00700	0,14230	0,18104	0,26436	0,29758
15	2	0,12500	0,10940	0,00712	0,01020	0,02423	0,03604	0,23557	0,27940	0,36789	0,40159
15	3	0,18750	0,17432	0,02389	0,03072	0,05685	0,07586	0,31729	0,36344	0,45317	0,48633
15	4	0,25000	0,23939	0,04876	0,05939	0,09666	0,12177	0,39279	0,43978	0,52851	0,56053
15	5	0,31250	0,30452	0,08011	0,09436	0,14166	0,17197	0,46397	0,51075	0,59689	0,62731
15	6	0,37500	0,36967	0,11696	0,13458	0,19087	0,22559	0,53171	0,57744	0,65971	0,68816
15	7	0,43750	0,43483	0,15873	0,17946	0,24373	0,28218	0,59647	0,64043	0,71771	0,74387
15	8	0,50000	0,50000	0,20514	0,22873	0,29999	0,34152	0,65848	0,70001	0,77127	0,79486
15	9	0,56250	0,56517	0,25613	0,28229	0,35957	0,40353	0,71782	0,75627	0,82054	0,84127
15	10	0,62500	0,63033	0,31184	0,34029	0,42256	0,46829	0,77441	0,80913	0,86542	0,88304
15	11	0,68750	0,69548	0,37269	0,40311	0,48925	0,53603	0,82803	0,85834	0,90564	0,91989
15	12	0,75000	0,76061	0,43947	0,47149	0,56022	0,60721	0,87823	0,90334	0,94061	0,95124
15	13	0,81250	0,82568	0,51367	0,54683	0,63656	0,68271	0,92414	0,94315	0,96928	0,97611
15	14	0,87500	0,89060	0,59841	0,63211	0,72060	0,76443	0,96396	0,97577	0,98980	0,99288
15	15	0,93750	0,95484	0,70242	0,73564	0,81896	0,85770	0,99300	0,99659	0,99933	0,99967
16	1	0,05882	0,04240	0,00031	0,00063	0,00320	0,00656	0,13404	0,17075	0,25011	0,28190
16	2	0,11765	0,10270	0,00666	0,00954	0,02268	0,03375	0,22217	0,26396	0,34884	0,38136
16	3	0,17647	0,16365	0,02231	0,02870	0,05315	0,07097	0,29956	0,34382	0,43049	0,46276
16	4	0,23529	0,22474	0,04545	0,05538	0,09025	0,11380	0,37122	0,41657	0,50294	0,53436
16	5	0,29412	0,28589	0,07454	0,08784	0,13211	0,16056	0,43892	0,48440	0,56897	0,59913
16	6	0,35294	0,34705	0,10862	0,12506	0,17777	0,21041	0,50351	0,54835	0,62995	0,65849
16	7	0,41176	0,40823	0,14710	0,16646	0,22669	0,26292	0,56544	0,60899	0,68659	0,71323
16	8	0,47059	0,46941	0,18969	0,21172	0,27860	0,31783	0,62496	0,66663	0,73931	0,76377
16	9	0,52941	0,53059	0,23623	0,26069	0,33337	0,37504	0,68217	0,72140	0,78828	0,81031
16	10	0,58824	0,59177	0,28677	0,31341	0,39101	0,43456	0,73708	0,77331	0,83354	0,85290
16	11	0,64706	0,65295	0,34151	0,37005	0,45165	0,49649	0,78959	0,82223	0,87494	0,89138
16	12	0,70588	0,71411	0,40087	0,43103	0,51560	0,56108	0,83944	0,86789	0,91216	0,92546
16	13	0,76471	0,77526	0,46564	0,49706	0,58343	0,62878	0,88620	0,90975	0,94462	0,95455
16	14	0,82353	0,83635	0,53724	0,56951	0,65618	0,70044	0,92903	0,94685	0,97130	0,97769
16	15	0,88235	0,89730	0,61864	0,65116	0,73604	0,77783	0,96625	0,97732	0,99046	0,99334
16	16	0,94118	0,95760	0,71810	0,74989	0,82925	0,86596	0,99344	0,99680	0,99937	0,99969
17	1	0,05556	0,03995	0,00030	0,00059	0,00301	0,00618	0,12667	0,16157	0,23730	0,26777
17	2	0,11111	0,09678	0,00626	0,00897	0,02132	0,03173	0,21021	0,25012	0,33163	0,36303
17	3	0,16667	0,15422	0,02092	0,02692	0,04990	0,06667	0,28370	0,32619	0,40992	0,44129
17	4	0,22222	0,21178	0,04256	0,05188	0,08464	0,10682	0,35187	0,39564	0,47962	0,51040
17	5	0,27778	0,26940	0,06969	0,08217	0,12377	0,15058	0,41639	0,46055	0,54339	0,57318
17	6	0,33333	0,32704	0,10139	0,11681	0,16636	0,19716	0,47807	0,52192	0,60251	0,63099
17	7	0,38889	0,38469	0,13708	0,15523	0,21191	0,24614	0,53735	0,58030	0,65771	0,68459
17	8	0,44444	0,44234	0,17644	0,19711	0,26011	0,29726	0,59449	0,63599	0,70938	0,73442
17	9	0,50000	0,50000	0,21928	0,24225	0,31083	0,35039	0,64961	0,68917	0,75775	0,78072
17	10	0,55556	0,55766	0,26558	0,29062	0,36401	0,40551	0,70274	0,73989	0,80289	0,82356
17	11	0,61111	0,61531	0,31541	0,34229	0,41970	0,46265	0,75386	0,78809	0,84477	0,86292
17	12	0,66667	0,67296	0,36901	0,39749	0,47808	0,52193	0,80284	0,83364	0,88319	0,89861
17	13	0,72222	0,73060	0,42682	0,45661	0,53945	0,58361	0,84942	0,87623	0,91783	0,93031
17	14	0,77778	0,78822	0,48960	0,52038	0,60436	0,64813	0,89318	0,91536	0,94812	0,95744
17	15	0,83333	0,84578	0,55871	0,59008	0,67381	0,71630	0,93333	0,95010	0,97308	0,97908
17	16	0,88889	0,90322	0,63697	0,66837	0,74988	0,78979	0,96827	0,97868	0,99103	0,99374
17	17	0,94444	0,96005	0,73223	0,76270	0,83843	0,87333	0,99382	0,99699	0,99941	0,99970
18	1	0,05263	0,03778	0,00028	0,00056	0,00285	0,00584	0,12008	0,15332	0,22574	0,25499

N	i	Moyenne	Médiane	Centile 0,5%	Centile 1%	Centile 5%	Centile 10%	Centile 90%	Centile 95%	Centile 99%	Centile 99,5%
18	2	0,10526	0,09151	0,00590	0,00846	0,02011	0,02995	0,19947	0,23766	0,31602	0,34635
18	3	0,15789	0,14581	0,01970	0,02536	0,04703	0,06286	0,26942	0,31026	0,39119	0,42167
18	4	0,21053	0,20024	0,04002	0,04880	0,07970	0,10064	0,33441	0,37668	0,45830	0,48841
18	5	0,26316	0,25471	0,06544	0,07719	0,11643	0,14177	0,39602	0,43888	0,51989	0,54924
18	6	0,31579	0,30921	0,09507	0,10959	0,15634	0,18549	0,45502	0,49783	0,57720	0,60548
18	7	0,36842	0,36371	0,12835	0,14544	0,19895	0,23139	0,51184	0,55405	0,63091	0,65786
18	8	0,42105	0,41823	0,16495	0,18441	0,24396	0,27922	0,56672	0,60784	0,68142	0,70682
18	9	0,47368	0,47274	0,20465	0,22630	0,29120	0,32885	0,61980	0,65940	0,72899	0,75261
18	10	0,52632	0,52726	0,24739	0,27101	0,34060	0,38020	0,67115	0,70880	0,77370	0,79535
18	11	0,57895	0,58177	0,29318	0,31858	0,39216	0,43328	0,72078	0,75604	0,81559	0,83505
18	12	0,63158	0,63629	0,34214	0,36909	0,44595	0,48816	0,76861	0,80105	0,85456	0,87165
18	13	0,68421	0,69079	0,39452	0,42280	0,50217	0,54498	0,81451	0,84366	0,89041	0,90493
18	14	0,73684	0,74529	0,45076	0,48011	0,56112	0,60398	0,85823	0,88357	0,92281	0,93456
18	15	0,78947	0,79976	0,51159	0,54170	0,62332	0,66559	0,89936	0,92030	0,95120	0,95998
18	16	0,84211	0,85419	0,57833	0,60881	0,68974	0,73058	0,93714	0,95297	0,97464	0,98030
18	17	0,89474	0,90849	0,65365	0,68398	0,76234	0,80053	0,97005	0,97989	0,99154	0,99410
18	18	0,94737	0,96222	0,74501	0,77426	0,84668	0,87992	0,99416	0,99715	0,99944	0,99972
19	1	0,05000	0,03582	0,00026	0,00053	0,00270	0,00553	0,11413	0,14587	0,21524	0,24335
19	2	0,10000	0,08678	0,00558	0,00800	0,01903	0,02835	0,18977	0,22637	0,30180	0,33111
19	3	0,15000	0,13827	0,01862	0,02396	0,04446	0,05946	0,25651	0,29580	0,37405	0,40368
19	4	0,20000	0,18989	0,03777	0,04606	0,07529	0,09514	0,31859	0,35943	0,43873	0,46816
19	5	0,25000	0,24154	0,06168	0,07278	0,10991	0,13394	0,37753	0,41912	0,49825	0,52711
19	6	0,30000	0,29322	0,08950	0,10321	0,14747	0,17513	0,43405	0,47580	0,55379	0,58179
19	7	0,35000	0,34491	0,12068	0,13683	0,18750	0,21832	0,48856	0,52997	0,60601	0,63291
19	8	0,40000	0,39660	0,15488	0,17327	0,22972	0,26327	0,54132	0,58194	0,65532	0,68090
19	9	0,45000	0,44830	0,19189	0,21235	0,27395	0,30983	0,59246	0,63189	0,70195	0,72601
19	10	0,50000	0,50000	0,23160	0,25395	0,32009	0,35793	0,64207	0,67991	0,74605	0,76840
19	11	0,55000	0,55170	0,27399	0,29805	0,36811	0,40754	0,69017	0,72605	0,78765	0,80811
19	12	0,60000	0,60340	0,31910	0,34468	0,41806	0,45868	0,73673	0,77028	0,82673	0,84512
19	13	0,65000	0,65509	0,36709	0,39399	0,47003	0,51144	0,78168	0,81250	0,86317	0,87932
19	14	0,70000	0,70678	0,41821	0,44621	0,52420	0,56595	0,82487	0,85253	0,89679	0,91050
19	15	0,75000	0,75846	0,47289	0,50175	0,58088	0,62247	0,86606	0,89009	0,92722	0,93832
19	16	0,80000	0,81011	0,53184	0,56127	0,64057	0,68141	0,90486	0,92471	0,95394	0,96223
19	17	0,85000	0,86173	0,59632	0,62595	0,70420	0,74349	0,94054	0,95554	0,97604	0,98138
19	18	0,90000	0,91322	0,66889	0,69820	0,77363	0,81023	0,97165	0,98097	0,99200	0,99442
19	19	0,95000	0,96418	0,75665	0,78476	0,85413	0,88587	0,99447	0,99730	0,99947	0,99974
20	1	0,04762	0,03406	0,00025	0,00050	0,00256	0,00525	0,10875	0,13911	0,20567	0,23273
20	2	0,09524	0,08251	0,00530	0,00759	0,01806	0,02691	0,18096	0,21611	0,28879	0,31714
20	3	0,14286	0,13147	0,01764	0,02271	0,04217	0,05642	0,24477	0,28262	0,35834	0,38713
20	4	0,19048	0,18055	0,03576	0,04361	0,07135	0,09021	0,30419	0,34366	0,42073	0,44947
20	5	0,23810	0,22967	0,05833	0,06885	0,10408	0,12693	0,36066	0,40103	0,47828	0,50661
20	6	0,28571	0,27880	0,08455	0,09754	0,13955	0,16587	0,41489	0,45558	0,53211	0,55976
20	7	0,33333	0,32795	0,11388	0,12918	0,17731	0,20666	0,46727	0,50782	0,58286	0,60961
20	8	0,38095	0,37711	0,14598	0,16342	0,21707	0,24906	0,51803	0,55803	0,63094	0,65657
20	9	0,42857	0,42626	0,18065	0,20005	0,25865	0,29293	0,56733	0,60642	0,67658	0,70091
20	10	0,47619	0,47542	0,21775	0,23896	0,30195	0,33817	0,61525	0,65307	0,71992	0,74277
20	11	0,52381	0,52458	0,25723	0,28008	0,34693	0,38475	0,66183	0,69805	0,76104	0,78225
20	12	0,57143	0,57374	0,29909	0,32342	0,39358	0,43267	0,70707	0,74135	0,79995	0,81935
20	13	0,61905	0,62289	0,34343	0,36906	0,44197	0,48197	0,75094	0,78293	0,83658	0,85402
20	14	0,66667	0,67205	0,39039	0,41714	0,49218	0,53273	0,79334	0,82269	0,87082	0,88612
20	15	0,71429	0,72120	0,44024	0,46789	0,54442	0,58511	0,83413	0,86045	0,90246	0,91545
20	16	0,76190	0,77033	0,49339	0,52172	0,59897	0,63934	0,87307	0,89592	0,93115	0,94167
20	17	0,80952	0,81945	0,55053	0,57927	0,65634	0,69581	0,90979	0,92865	0,95639	0,96424
20	18	0,85714	0,86853	0,61287	0,64166	0,71738	0,75523	0,94358	0,95783	0,97729	0,98236

N	i	Moyenne	Médiane	Centile 0,5%	Centile 1%	Centile 5%	Centile 10%	Centile 90%	Centile 95%	Centile 99%	Centile 99,5%
20	19	0,90476	0,91749	0,68286	0,71121	0,78389	0,81904	0,97309	0,98194	0,99241	0,99470
20	20	0,95238	0,96594	0,76727	0,79433	0,86089	0,89125	0,99475	0,99744	0,99950	0,99975
21	1	0,04545	0,03247	0,00024	0,00048	0,00244	0,00500	0,10385	0,13295	0,19691	0,22299
21	2	0,09091	0,07864	0,00504	0,00722	0,01719	0,02562	0,17294	0,20673	0,27684	0,30429
21	3	0,13636	0,12531	0,01677	0,02159	0,04010	0,05367	0,23405	0,27055	0,34386	0,37185
21	4	0,18182	0,17209	0,03395	0,04142	0,06781	0,08577	0,29102	0,32921	0,40411	0,43216
21	5	0,22727	0,21890	0,05533	0,06532	0,09884	0,12062	0,34522	0,38441	0,45979	0,48758
21	6	0,27273	0,26574	0,08012	0,09246	0,13245	0,15755	0,39733	0,43698	0,51198	0,53924
21	7	0,31818	0,31258	0,10781	0,12235	0,16818	0,19619	0,44771	0,48739	0,56131	0,58783
21	8	0,36364	0,35943	0,13807	0,15464	0,20575	0,23632	0,49661	0,53594	0,60815	0,63373
21	9	0,40909	0,40629	0,17067	0,18912	0,24499	0,27779	0,54416	0,58280	0,65276	0,67723
21	10	0,45455	0,45314	0,20549	0,22567	0,28580	0,32051	0,59047	0,62810	0,69528	0,71847
21	11	0,50000	0,50000	0,24245	0,26421	0,32811	0,36443	0,63557	0,67189	0,73579	0,75755
21	12	0,54545	0,54686	0,28153	0,30472	0,37190	0,40953	0,67949	0,71420	0,77433	0,79451
21	13	0,59091	0,59371	0,32277	0,34724	0,41720	0,45584	0,72221	0,75501	0,81088	0,82933
21	14	0,63636	0,64057	0,36627	0,39185	0,46406	0,50339	0,76368	0,79425	0,84536	0,86193
21	15	0,68182	0,68742	0,41217	0,43869	0,51261	0,55229	0,80381	0,83182	0,87765	0,89219
21	16	0,72727	0,73426	0,46076	0,48802	0,56302	0,60267	0,84245	0,86755	0,90754	0,91988
21	17	0,77273	0,78110	0,51242	0,54021	0,61559	0,65478	0,87938	0,90116	0,93468	0,94467
21	18	0,81818	0,82791	0,56784	0,59589	0,67079	0,70898	0,91423	0,93219	0,95858	0,96605
21	19	0,86364	0,87469	0,62815	0,65614	0,72945	0,76595	0,94633	0,95990	0,97841	0,98323
21	20	0,90909	0,92136	0,69571	0,72316	0,79327	0,82706	0,97438	0,98281	0,99278	0,99496
21	21	0,95455	0,96753	0,77701	0,80309	0,86705	0,89615	0,99500	0,99756	0,99952	0,99976
22	1	0,04348	0,03102	0,00023	0,00046	0,00233	0,00478	0,09937	0,12731	0,18887	0,21403
22	2	0,08696	0,07512	0,00480	0,00689	0,01640	0,02444	0,16559	0,19812	0,26584	0,29243
22	3	0,13043	0,11970	0,01597	0,02057	0,03822	0,05117	0,22422	0,25947	0,33050	0,35771
22	4	0,17391	0,16439	0,03231	0,03943	0,06460	0,08175	0,27894	0,31591	0,38873	0,41611
22	5	0,21739	0,20911	0,05262	0,06214	0,09411	0,11490	0,33104	0,36909	0,44263	0,46987
22	6	0,26087	0,25384	0,07613	0,08789	0,12603	0,15002	0,38117	0,41980	0,49326	0,52010
22	7	0,30435	0,29859	0,10236	0,11621	0,15994	0,18674	0,42970	0,46849	0,54121	0,56744
22	8	0,34783	0,34335	0,13097	0,14676	0,19556	0,22483	0,47684	0,51546	0,58684	0,61229
22	9	0,39130	0,38810	0,16175	0,17934	0,23272	0,26416	0,52275	0,56087	0,63040	0,65490
22	10	0,43478	0,43286	0,19456	0,21381	0,27131	0,30463	0,56752	0,60484	0,67205	0,69544
22	11	0,47826	0,47762	0,22932	0,25008	0,31126	0,34619	0,61119	0,64746	0,71187	0,73402
22	12	0,52174	0,52238	0,26598	0,28813	0,35254	0,38881	0,65381	0,68874	0,74992	0,77068
22	13	0,56522	0,56714	0,30456	0,32795	0,39516	0,43248	0,69537	0,72869	0,78619	0,80544
22	14	0,60870	0,61190	0,34510	0,36960	0,43913	0,47725	0,73584	0,76728	0,82066	0,83825
22	15	0,65217	0,65665	0,38771	0,41316	0,48454	0,52316	0,77517	0,80444	0,85324	0,86903
22	16	0,69565	0,70141	0,43256	0,45879	0,53151	0,57030	0,81326	0,84006	0,88379	0,89764
22	17	0,73913	0,74616	0,47990	0,50674	0,58020	0,61883	0,84998	0,87397	0,91211	0,92387
22	18	0,78261	0,79089	0,53013	0,55737	0,63091	0,66896	0,88510	0,90589	0,93786	0,94738
22	19	0,82609	0,83561	0,58389	0,61127	0,68409	0,72106	0,91825	0,93540	0,96057	0,96769
22	20	0,86957	0,88030	0,64229	0,66950	0,74053	0,77578	0,94883	0,96178	0,97943	0,98403
22	21	0,91304	0,92488	0,70757	0,73416	0,80188	0,83441	0,97556	0,98360	0,99311	0,99520
22	22	0,95652	0,96898	0,78597	0,81113	0,87269	0,90063	0,99522	0,99767	0,99954	0,99977
23	1	0,04167	0,02969	0,00022	0,00044	0,00223	0,00457	0,09526	0,12212	0,18145	0,20575
23	2	0,08333	0,07191	0,00459	0,00658	0,01567	0,02337	0,15884	0,19020	0,25567	0,28144
23	3	0,12500	0,11458	0,01525	0,01964	0,03652	0,04890	0,21519	0,24925	0,31812	0,34459
23	4	0,16667	0,15734	0,03083	0,03762	0,06168	0,07808	0,26781	0,30364	0,37445	0,40118
23	5	0,20833	0,20015	0,05017	0,05925	0,08981	0,10971	0,31797	0,35493	0,42668	0,45336
23	6	0,25000	0,24297	0,07253	0,08375	0,12021	0,14318	0,36626	0,40390	0,47581	0,50221
23	7	0,29167	0,28580	0,09743	0,11066	0,15248	0,17816	0,41305	0,45097	0,52242	0,54834
23	8	0,33333	0,32863	0,12457	0,13965	0,18634	0,21442	0,45856	0,49643	0,56687	0,59213
23	9	0,37500	0,37147	0,15373	0,17053	0,22164	0,25182	0,50291	0,54046	0,60940	0,63385

N	i	Moyenne	Médiane	Centile 0,5%	Centile 1%	Centile 5%	Centile 10%	Centile 90%	Centile 95%	Centile 99%	Centile 99,5%
23	10	0,41667	0,41431	0,18475	0,20314	0,25824	0,29027	0,54622	0,58316	0,65015	0,67365
23	11	0,45833	0,45716	0,21756	0,23742	0,29609	0,32971	0,58853	0,62461	0,68924	0,71165
23	12	0,50000	0,50000	0,25210	0,27329	0,33515	0,37012	0,62988	0,66485	0,72671	0,74790
23	13	0,54167	0,54284	0,28835	0,31076	0,37539	0,41147	0,67029	0,70391	0,76258	0,78244
23	14	0,58333	0,58569	0,32635	0,34985	0,41684	0,45378	0,70973	0,74176	0,79686	0,81525
23	15	0,62500	0,62853	0,36615	0,39060	0,45954	0,49709	0,74818	0,77836	0,82947	0,84627
23	16	0,66667	0,67137	0,40787	0,43313	0,50357	0,54144	0,78558	0,81366	0,86035	0,87543
23	17	0,70833	0,71420	0,45166	0,47758	0,54903	0,58695	0,82184	0,84752	0,88934	0,90257
23	18	0,75000	0,75703	0,49779	0,52419	0,59610	0,63374	0,85682	0,87979	0,91625	0,92747
23	19	0,79167	0,79985	0,54664	0,57332	0,64507	0,68203	0,89029	0,91019	0,94075	0,94983
23	20	0,83333	0,84266	0,59882	0,62555	0,69636	0,73219	0,92192	0,93832	0,96238	0,96917
23	21	0,87500	0,88542	0,65541	0,68188	0,75075	0,78481	0,95110	0,96348	0,98036	0,98475
23	22	0,91667	0,92809	0,71856	0,74433	0,80980	0,84116	0,97663	0,98433	0,99342	0,99541
23	23	0,95833	0,97031	0,79425	0,81855	0,87788	0,90474	0,99543	0,99777	0,99956	0,99978
24	1	0,04000	0,02847	0,00021	0,00042	0,00213	0,00438	0,09148	0,11735	0,17460	0,19809
24	2	0,08000	0,06895	0,00440	0,00630	0,01501	0,02238	0,15262	0,18289	0,24625	0,27125
24	3	0,12000	0,10987	0,01459	0,01879	0,03495	0,04682	0,20685	0,23980	0,30663	0,33239
24	4	0,16000	0,15088	0,02947	0,03598	0,05901	0,07474	0,25754	0,29227	0,36117	0,38726
24	5	0,20000	0,19192	0,04793	0,05662	0,08589	0,10497	0,30588	0,34181	0,41181	0,43795
24	6	0,24000	0,23299	0,06925	0,07999	0,11491	0,13694	0,35247	0,38914	0,45952	0,48546
24	7	0,28000	0,27406	0,09297	0,10562	0,14569	0,17033	0,39763	0,43469	0,50485	0,53041
24	8	0,32000	0,31513	0,11878	0,13320	0,17796	0,20493	0,44160	0,47873	0,54815	0,57317
24	9	0,36000	0,35621	0,14647	0,16255	0,21157	0,24058	0,48449	0,52142	0,58965	0,61399
24	10	0,40000	0,39729	0,17590	0,19351	0,24639	0,27721	0,52641	0,56289	0,62951	0,65302
24	11	0,44000	0,43837	0,20697	0,22599	0,28236	0,31475	0,56742	0,60321	0,66782	0,69039
24	12	0,48000	0,47946	0,23962	0,25994	0,31942	0,35317	0,60755	0,64244	0,70466	0,72617
24	13	0,52000	0,52054	0,27383	0,29534	0,35756	0,39245	0,64683	0,68058	0,74006	0,76038
24	14	0,56000	0,56163	0,30961	0,33218	0,39679	0,43258	0,68525	0,71764	0,77401	0,79303
24	15	0,60000	0,60271	0,34698	0,37049	0,43711	0,47359	0,72279	0,75361	0,80649	0,82410
24	16	0,64000	0,64379	0,38601	0,41035	0,47858	0,51551	0,75942	0,78843	0,83745	0,85353
24	17	0,68000	0,68487	0,42683	0,45185	0,52127	0,55840	0,79507	0,82204	0,86680	0,88122
24	18	0,72000	0,72594	0,46959	0,49515	0,56531	0,60237	0,82967	0,85431	0,89438	0,90703
24	19	0,76000	0,76701	0,51454	0,54048	0,61086	0,64753	0,86306	0,88509	0,92001	0,93075
24	20	0,80000	0,80808	0,56205	0,58819	0,65819	0,69412	0,89503	0,91411	0,94338	0,95207
24	21	0,84000	0,84912	0,61274	0,63883	0,70773	0,74246	0,92526	0,94099	0,96402	0,97053
24	22	0,88000	0,89013	0,66761	0,69337	0,76020	0,79315	0,95318	0,96505	0,98121	0,98541
24	23	0,92000	0,93105	0,72875	0,75375	0,81711	0,84738	0,97762	0,98499	0,99370	0,99560
24	24	0,96000	0,97153	0,80191	0,82540	0,88265	0,90852	0,99562	0,99787	0,99958	0,99979
25	1	0,03846	0,02735	0,00020	0,00040	0,00205	0,00421	0,08799	0,11293	0,16824	0,19098
25	2	0,07692	0,06623	0,00422	0,00605	0,01440	0,02148	0,14687	0,17612	0,23749	0,26176
25	3	0,11538	0,10553	0,01399	0,01802	0,03352	0,04491	0,19914	0,23104	0,29593	0,32101
25	4	0,15385	0,14492	0,02823	0,03447	0,05656	0,07166	0,24802	0,28172	0,34878	0,37426
25	5	0,19231	0,18435	0,04589	0,05422	0,08229	0,10062	0,29467	0,32961	0,39792	0,42351
25	6	0,23077	0,22379	0,06625	0,07655	0,11006	0,13123	0,33966	0,37540	0,44427	0,46976
25	7	0,26923	0,26324	0,08889	0,10102	0,13948	0,16317	0,38331	0,41952	0,48837	0,51357
25	8	0,30769	0,30270	0,11350	0,12733	0,17030	0,19624	0,42582	0,46221	0,53056	0,55532
25	9	0,34615	0,34215	0,13987	0,15529	0,20238	0,23032	0,46734	0,50364	0,57106	0,59524
25	10	0,38462	0,38161	0,16786	0,18476	0,23559	0,26529	0,50795	0,54393	0,61003	0,63349
25	11	0,42308	0,42108	0,19738	0,21563	0,26985	0,30111	0,54772	0,58316	0,64756	0,67021
25	12	0,46154	0,46054	0,22835	0,24786	0,30513	0,33774	0,58668	0,62138	0,68374	0,70545
25	13	0,50000	0,50000	0,26074	0,28141	0,34139	0,37514	0,62486	0,65861	0,71859	0,73926
25	14	0,53846	0,53946	0,29455	0,31626	0,37862	0,41332	0,66226	0,69487	0,75214	0,77165
25	15	0,57692	0,57892	0,32979	0,35244	0,41684	0,45228	0,69889	0,73015	0,78437	0,80262
25	16	0,61538	0,61839	0,36651	0,38997	0,45607	0,49205	0,73471	0,76441	0,81524	0,83214



N	i	Moyenne	Médiane	Centile 0,5%	Centile 1%	Centile 5%	Centile 10%	Centile 90%	Centile 95%	Centile 99%	Centile 99,5%
25	17	0,65385	0,65785	0,40476	0,42894	0,49636	0,53266	0,76968	0,79762	0,84471	0,86013
25	18	0,69231	0,69730	0,44468	0,46944	0,53779	0,57418	0,80376	0,82970	0,87267	0,88650
25	19	0,73077	0,73676	0,48643	0,51163	0,58048	0,61669	0,83683	0,86052	0,89898	0,91111
25	20	0,76923	0,77621	0,53024	0,55573	0,62460	0,66034	0,86877	0,88994	0,92345	0,93375
25	21	0,80769	0,81565	0,57649	0,60208	0,67039	0,70533	0,89938	0,91771	0,94578	0,95411
25	22	0,84615	0,85508	0,62574	0,65122	0,71828	0,75198	0,92834	0,94344	0,96553	0,97177
25	23	0,88462	0,89447	0,67899	0,70407	0,76896	0,80086	0,95509	0,96648	0,98198	0,98601
25	24	0,92308	0,93377	0,73824	0,76251	0,82388	0,85313	0,97852	0,98560	0,99395	0,99578
25	25	0,96154	0,97265	0,80902	0,83176	0,88707	0,91201	0,99579	0,99795	0,99960	0,99980
26	1	0,03704	0,02631	0,00019	0,00039	0,00197	0,00404	0,08475	0,10883	0,16232	0,18436
26	2	0,07407	0,06372	0,00405	0,00581	0,01384	0,02064	0,14153	0,16983	0,22932	0,25291
26	3	0,11111	0,10153	0,01343	0,01730	0,03220	0,04315	0,19197	0,22289	0,28594	0,31038
26	4	0,14815	0,13942	0,02710	0,03308	0,05431	0,06883	0,23917	0,27190	0,33721	0,36209
26	5	0,18519	0,17735	0,04401	0,05201	0,07899	0,09662	0,28425	0,31824	0,38492	0,40998
26	6	0,22222	0,21529	0,06351	0,07339	0,10560	0,12597	0,32774	0,36260	0,42998	0,45500
26	7	0,25926	0,25325	0,08516	0,09680	0,13377	0,15659	0,36997	0,40535	0,47290	0,49772
26	8	0,29630	0,29120	0,10867	0,12196	0,16328	0,18827	0,41112	0,44677	0,51402	0,53848
26	9	0,33333	0,32916	0,13385	0,14866	0,19396	0,22089	0,45134	0,48700	0,55354	0,57752
26	10	0,37037	0,36713	0,16054	0,17677	0,22570	0,25436	0,49071	0,52616	0,59163	0,61500
26	11	0,40741	0,40509	0,18865	0,20620	0,25842	0,28862	0,52929	0,56434	0,62839	0,65104
26	12	0,44444	0,44305	0,21811	0,23687	0,29208	0,32361	0,56714	0,60158	0,66388	0,68571
26	13	0,48148	0,48102	0,24888	0,26876	0,32664	0,35932	0,60426	0,63791	0,69816	0,71906
26	14	0,51852	0,51898	0,28094	0,30184	0,36209	0,39574	0,64068	0,67336	0,73124	0,75112
26	15	0,55556	0,55695	0,31429	0,33612	0,39842	0,43286	0,67639	0,70792	0,76313	0,78189
26	16	0,59259	0,59491	0,34896	0,37161	0,43566	0,47071	0,71138	0,74158	0,79380	0,81135
26	17	0,62963	0,63287	0,38500	0,40837	0,47384	0,50929	0,74564	0,77430	0,82323	0,83946
26	18	0,66667	0,67084	0,42248	0,44646	0,51300	0,54866	0,77911	0,80604	0,85134	0,86615
26	19	0,70370	0,70880	0,46152	0,48598	0,55323	0,58888	0,81173	0,83672	0,87804	0,89133
26	20	0,74074	0,74675	0,50228	0,52710	0,59465	0,63003	0,84341	0,86623	0,90320	0,91484
26	21	0,77778	0,78471	0,54500	0,57002	0,63740	0,67226	0,87403	0,89440	0,92661	0,93649
26	22	0,81481	0,82265	0,59002	0,61508	0,68176	0,71575	0,90338	0,92101	0,94799	0,95599
26	23	0,85185	0,86058	0,63791	0,66279	0,72810	0,76083	0,93117	0,94569	0,96692	0,97290
26	24	0,88889	0,89847	0,68962	0,71406	0,77711	0,80803	0,95685	0,96780	0,98270	0,98657
26	25	0,92593	0,93628	0,74709	0,77068	0,83017	0,85847	0,97936	0,98616	0,99419	0,99595
26	26	0,96296	0,97369	0,81564	0,83768	0,89117	0,91525	0,99596	0,99803	0,99961	0,99981
27	1	0,03571	0,02535	0,00019	0,00037	0,00190	0,00389	0,08175	0,10502	0,15681	0,17818
27	2	0,07143	0,06139	0,00390	0,00559	0,01332	0,01987	0,13657	0,16397	0,22170	0,24464
27	3	0,10714	0,09781	0,01292	0,01664	0,03098	0,04153	0,18530	0,21530	0,27661	0,30042
27	4	0,14286	0,13432	0,02604	0,03180	0,05223	0,06622	0,23094	0,26274	0,32637	0,35067
27	5	0,17857	0,17086	0,04228	0,04997	0,07594	0,09292	0,27454	0,30763	0,37273	0,39727
27	6	0,21429	0,20742	0,06098	0,07048	0,10148	0,12112	0,31663	0,35062	0,41656	0,44112
27	7	0,25000	0,24398	0,08173	0,09293	0,12852	0,15052	0,35752	0,39210	0,45836	0,48278
27	8	0,28571	0,28055	0,10424	0,11702	0,15682	0,18093	0,39739	0,43230	0,49844	0,52258
27	9	0,32143	0,31712	0,12832	0,14257	0,18622	0,21222	0,43638	0,47139	0,53702	0,56076
27	10	0,35714	0,35370	0,15383	0,16945	0,21662	0,24431	0,47458	0,50948	0,57425	0,59747
27	11	0,39286	0,39027	0,18067	0,19756	0,24793	0,27712	0,51204	0,54664	0,61023	0,63283
27	12	0,42857	0,42685	0,20876	0,22683	0,28012	0,31063	0,54881	0,58293	0,64503	0,66691
27	13	0,46429	0,46342	0,23806	0,25723	0,31314	0,34481	0,58491	0,61839	0,67871	0,69978
27	14	0,50000	0,50000	0,26855	0,28871	0,34697	0,37963	0,62037	0,65303	0,71129	0,73145
27	15	0,53571	0,53658	0,30022	0,32129	0,38161	0,41509	0,65519	0,68686	0,74277	0,76194
27	16	0,57143	0,57315	0,33309	0,35497	0,41707	0,45119	0,68937	0,71988	0,77317	0,79124
27	17	0,60714	0,60973	0,36717	0,38977	0,45336	0,48796	0,72288	0,75207	0,80244	0,81933
27	18	0,64286	0,64630	0,40253	0,42575	0,49052	0,52542	0,75569	0,78338	0,83055	0,84617
27	19	0,67857	0,68288	0,43924	0,46298	0,52861	0,56362	0,78778	0,81378	0,85743	0,87168



N	i	Moyenne	Médiane	Centile 0,5%	Centile 1%	Centile 5%	Centile 10%	Centile 90%	Centile 95%	Centile 99%	Centile 99,5%
27	20	0,71429	0,71945	0,47742	0,50156	0,56770	0,60261	0,81907	0,84318	0,88298	0,89576
27	21	0,75000	0,75602	0,51722	0,54164	0,60790	0,64248	0,84948	0,87148	0,90707	0,91827
27	22	0,78571	0,79258	0,55888	0,58344	0,64938	0,68337	0,87888	0,89852	0,92952	0,93902
27	23	0,82143	0,82914	0,60273	0,62727	0,69237	0,72546	0,90708	0,92406	0,95003	0,95772
27	24	0,85714	0,86568	0,64933	0,67363	0,73726	0,76906	0,93378	0,94777	0,96820	0,97396
27	25	0,89286	0,90219	0,69958	0,72339	0,78470	0,81470	0,95847	0,96902	0,98336	0,98708
27	26	0,92857	0,93861	0,75536	0,77830	0,83603	0,86343	0,98013	0,98668	0,99441	0,99610
27	27	0,96429	0,97465	0,82182	0,84319	0,89498	0,91825	0,99611	0,99810	0,99963	0,99981
28	1	0,03448	0,02445	0,00018	0,00036	0,00183	0,00376	0,07894	0,10147	0,15166	0,17240
28	2	0,06897	0,05922	0,00376	0,00539	0,01284	0,01916	0,13194	0,15851	0,21457	0,23688
28	3	0,10345	0,09436	0,01244	0,01603	0,02985	0,04002	0,17908	0,20820	0,26785	0,29107
28	4	0,13793	0,12958	0,02507	0,03062	0,05031	0,06379	0,22325	0,25417	0,31619	0,33994
28	5	0,17241	0,16483	0,04068	0,04809	0,07311	0,08950	0,26546	0,29769	0,36128	0,38530
28	6	0,20690	0,20010	0,05865	0,06780	0,09768	0,11663	0,30624	0,33940	0,40393	0,42804
28	7	0,24138	0,23537	0,07857	0,08935	0,12367	0,14490	0,34587	0,37967	0,44465	0,46868
28	8	0,27586	0,27065	0,10016	0,11247	0,15085	0,17413	0,38454	0,41873	0,48374	0,50756
28	9	0,31034	0,30593	0,12324	0,13697	0,17908	0,20420	0,42237	0,45673	0,52141	0,54490
28	10	0,34483	0,34122	0,14767	0,16272	0,20824	0,23502	0,45945	0,49379	0,55780	0,58085
28	11	0,37931	0,37650	0,17334	0,18963	0,23827	0,26652	0,49584	0,52998	0,59301	0,61553
28	12	0,41379	0,41178	0,20019	0,21762	0,26911	0,29867	0,53159	0,56536	0,62713	0,64901
28	13	0,44828	0,44707	0,22817	0,24666	0,30072	0,33143	0,56672	0,59996	0,66020	0,68136
28	14	0,48276	0,48236	0,25724	0,27670	0,33309	0,36479	0,60126	0,63380	0,69225	0,71260
28	15	0,51724	0,51764	0,28740	0,30775	0,36620	0,39874	0,63521	0,66691	0,72330	0,74276
28	16	0,55172	0,55293	0,31864	0,33980	0,40004	0,43328	0,66857	0,69928	0,75334	0,77183
28	17	0,58621	0,58822	0,35099	0,37287	0,43464	0,46841	0,70133	0,73089	0,78238	0,79981
28	18	0,62069	0,62350	0,38447	0,40699	0,47002	0,50416	0,73348	0,76173	0,81037	0,82666
28	19	0,65517	0,65878	0,41915	0,44220	0,50621	0,54055	0,76498	0,79176	0,83728	0,85233
28	20	0,68966	0,69407	0,45510	0,47859	0,54327	0,57763	0,79580	0,82092	0,86303	0,87676
28	21	0,72414	0,72935	0,49244	0,51626	0,58127	0,61546	0,82587	0,84915	0,88753	0,89984
28	22	0,75862	0,76463	0,53132	0,55535	0,62033	0,65413	0,85510	0,87633	0,91065	0,92143
28	23	0,79310	0,79990	0,57196	0,59607	0,66060	0,69376	0,88337	0,90232	0,93220	0,94135
28	24	0,82759	0,83517	0,61470	0,63872	0,70231	0,73454	0,91050	0,92689	0,95191	0,95932
28	25	0,86207	0,87042	0,66006	0,68381	0,74583	0,77675	0,93621	0,94969	0,96938	0,97493
28	26	0,89655	0,90564	0,70893	0,73215	0,79180	0,82092	0,95998	0,97015	0,98397	0,98756
28	27	0,93103	0,94078	0,76312	0,78543	0,84149	0,86806	0,98084	0,98716	0,99461	0,99624
28	28	0,96552	0,97555	0,82760	0,84834	0,89853	0,92106	0,99624	0,99817	0,99964	0,99982
29	1	0,03333	0,02362	0,00017	0,00035	0,00177	0,00363	0,07633	0,09815	0,14683	0,16698
29	2	0,06667	0,05720	0,00363	0,00520	0,01239	0,01849	0,12762	0,15339	0,20788	0,22960
29	3	0,10000	0,09115	0,01200	0,01546	0,02880	0,03862	0,17326	0,20156	0,25963	0,28228
29	4	0,13333	0,12517	0,02417	0,02952	0,04852	0,06154	0,21605	0,24614	0,30663	0,32984
29	5	0,16667	0,15922	0,03920	0,04635	0,07049	0,08632	0,25696	0,28837	0,35049	0,37402
29	6	0,20000	0,19328	0,05649	0,06531	0,09415	0,11246	0,29650	0,32887	0,39203	0,41570
29	7	0,23333	0,22735	0,07564	0,08604	0,11917	0,13969	0,33495	0,36800	0,43172	0,45536
29	8	0,26667	0,26143	0,09639	0,10826	0,14532	0,16783	0,37248	0,40597	0,46986	0,49334
29	9	0,30000	0,29550	0,11855	0,13179	0,17246	0,19677	0,40921	0,44294	0,50664	0,52986
29	10	0,33333	0,32958	0,14198	0,15651	0,20050	0,22642	0,44524	0,47901	0,54222	0,56507
29	11	0,36667	0,36367	0,16659	0,18231	0,22934	0,25671	0,48062	0,51427	0,57668	0,59907
29	12	0,40000	0,39775	0,19231	0,20914	0,25894	0,28760	0,51539	0,54877	0,61012	0,63196
29	13	0,43333	0,43183	0,21907	0,23693	0,28927	0,31907	0,54959	0,58254	0,64257	0,66377
29	14	0,46667	0,46592	0,24686	0,26567	0,32030	0,35109	0,58324	0,61561	0,67408	0,69456
29	15	0,50000	0,50000	0,27565	0,29534	0,35200	0,38366	0,61634	0,64800	0,70466	0,72435
29	16	0,53333	0,53408	0,30544	0,32592	0,38439	0,41676	0,64891	0,67970	0,73433	0,75314
29	17	0,56667	0,56817	0,33623	0,35743	0,41746	0,45041	0,68093	0,71073	0,76307	0,78093
29	18	0,60000	0,60225	0,36804	0,38988	0,45123	0,48461	0,71240	0,74106	0,79086	0,80769

N	i	Moyenne	Médiane	Centile 0,5%	Centile 1%	Centile 5%	Centile 10%	Centile 90%	Centile 95%	Centile 99%	Centile 99,5%
29	19	0,63333	0,63633	0,40093	0,42332	0,48573	0,51938	0,74329	0,77066	0,81769	0,83341
29	20	0,66667	0,67042	0,43493	0,45778	0,52099	0,55476	0,77358	0,79950	0,84349	0,85802
29	21	0,70000	0,70450	0,47014	0,49336	0,55706	0,59079	0,80323	0,82754	0,86821	0,88145
29	22	0,73333	0,73857	0,50666	0,53014	0,59403	0,62752	0,83217	0,85468	0,89174	0,90361
29	23	0,76667	0,77265	0,54464	0,56828	0,63200	0,66505	0,86031	0,88083	0,91396	0,92436
29	24	0,80000	0,80672	0,58430	0,60797	0,67113	0,70350	0,88754	0,90585	0,93469	0,94351
29	25	0,83333	0,84078	0,62598	0,64951	0,71163	0,74304	0,91368	0,92951	0,95365	0,96080
29	26	0,86667	0,87483	0,67016	0,69337	0,75386	0,78395	0,93846	0,95148	0,97048	0,97583
29	27	0,90000	0,90885	0,71772	0,74037	0,79844	0,82674	0,96138	0,97120	0,98454	0,98800
29	28	0,93333	0,94280	0,77040	0,79212	0,84661	0,87238	0,98151	0,98761	0,99480	0,99637
29	29	0,96667	0,97638	0,83302	0,85317	0,90185	0,92367	0,99637	0,99823	0,99965	0,99983
30	1	0,03226	0,02284	0,00017	0,00034	0,00171	0,00351	0,07388	0,09503	0,14230	0,16189
30	2	0,06452	0,05532	0,00350	0,00502	0,01198	0,01787	0,12357	0,14860	0,20159	0,22275
30	3	0,09677	0,08814	0,01159	0,01493	0,02782	0,03731	0,16781	0,19533	0,25190	0,27400
30	4	0,12903	0,12104	0,02333	0,02850	0,04685	0,05944	0,20930	0,23860	0,29762	0,32031
30	5	0,16129	0,15397	0,03782	0,04472	0,06806	0,08335	0,24899	0,27961	0,34033	0,36338
30	6	0,19355	0,18691	0,05448	0,06300	0,09087	0,10858	0,28736	0,31897	0,38080	0,40403
30	7	0,22581	0,21986	0,07292	0,08297	0,11499	0,13484	0,32469	0,35701	0,41951	0,44276
30	8	0,25806	0,25281	0,09289	0,10436	0,14018	0,16198	0,36114	0,39395	0,45673	0,47988
30	9	0,29032	0,28576	0,11420	0,12699	0,16633	0,18986	0,39684	0,42993	0,49266	0,51560
30	10	0,32258	0,31872	0,13672	0,15075	0,19331	0,21842	0,43187	0,46507	0,52744	0,55008
30	11	0,35484	0,35168	0,16036	0,17554	0,22106	0,24759	0,46628	0,49944	0,56118	0,58342
30	12	0,38710	0,38464	0,18503	0,20130	0,24953	0,27733	0,50013	0,53309	0,59395	0,61570
30	13	0,41935	0,41760	0,21069	0,22796	0,27867	0,30761	0,53343	0,56605	0,62579	0,64698
30	14	0,45161	0,45056	0,23730	0,25550	0,30846	0,33840	0,56622	0,59837	0,65675	0,67730
30	15	0,48387	0,48352	0,26485	0,28390	0,33889	0,36970	0,59851	0,63005	0,68685	0,70669
30	16	0,51613	0,51648	0,29331	0,31315	0,36995	0,40149	0,63030	0,66111	0,71610	0,73515
30	17	0,54839	0,54944	0,32270	0,34325	0,40163	0,43378	0,66160	0,69154	0,74450	0,76270
30	18	0,58065	0,58240	0,35302	0,37421	0,43395	0,46657	0,69239	0,72133	0,77204	0,78931
30	19	0,61290	0,61536	0,38430	0,40605	0,46691	0,49987	0,72267	0,75047	0,79870	0,81497
30	20	0,64516	0,64832	0,41658	0,43882	0,50056	0,53372	0,75241	0,77894	0,82446	0,83964
30	21	0,67742	0,68128	0,44992	0,47256	0,53493	0,56813	0,78158	0,80669	0,84925	0,86328
30	22	0,70968	0,71424	0,48440	0,50734	0,57007	0,60316	0,81014	0,83367	0,87301	0,88580
30	23	0,74194	0,74719	0,52012	0,54327	0,60605	0,63886	0,83802	0,85982	0,89564	0,90711
30	24	0,77419	0,78014	0,55724	0,58049	0,64299	0,67531	0,86516	0,88501	0,91703	0,92708
30	25	0,80645	0,81309	0,59597	0,61920	0,68103	0,71264	0,89142	0,90913	0,93700	0,94552
30	26	0,83871	0,84603	0,63662	0,65967	0,72039	0,75101	0,91665	0,93194	0,95528	0,96218
30	27	0,87097	0,87896	0,67969	0,70238	0,76140	0,79070	0,94056	0,95315	0,97150	0,97667
30	28	0,90323	0,91186	0,72600	0,74810	0,80467	0,83219	0,96269	0,97218	0,98507	0,98841
30	29	0,93548	0,94468	0,77725	0,79841	0,85140	0,87643	0,98213	0,98802	0,99498	0,99650
30	30	0,96774	0,97716	0,83811	0,85770	0,90497	0,92612	0,99649	0,99829	0,99966	0,99983

**Tableau A2: Centiles 0,5%, 1%, 5%, 10%, 90%, 95%, 99% et 99,5%**
**pour une sélection de valeurs de  $i$  pour lesquelles  $i = \frac{N+1}{2}$** 

(les résultats pour  $N < 30$  peuvent être trouvés dans les tableaux ci-dessus)

N	i	Centile 0,5%	Centile 1%	Centile 5%	Centile 10%	Centile 90%	Centile 95%	Centile 99%	Centile 99,5%
33	17	0,288	0,307	0,361	0,391	0,609	0,639	0,693	0,712
39	20	0,303	0,321	0,371	0,399	0,601	0,629	0,679	0,697
45	23	0,316	0,333	0,38	0,406	0,594	0,62	0,667	0,684
51	26	0,326	0,342	0,387	0,411	0,589	0,613	0,658	0,674
57	29	0,335	0,35	0,393	0,416	0,584	0,607	0,65	0,665
63	32	0,343	0,357	0,398	0,42	0,58	0,602	0,643	0,657
71	36	0,351	0,365	0,404	0,425	0,575	0,596	0,635	0,649
79	40	0,359	0,372	0,409	0,429	0,572	0,591	0,628	0,641
89	45	0,366	0,379	0,414	0,433	0,567	0,586	0,621	0,634
99	50	0,373	0,385	0,418	0,436	0,564	0,582	0,615	0,627
113	57	0,381	0,392	0,423	0,44	0,56	0,577	0,608	0,619
125	63	0,387	0,397	0,427	0,443	0,557	0,573	0,603	0,613
141	71	0,393	0,403	0,431	0,446	0,554	0,569	0,597	0,607
161	81	0,4	0,409	0,436	0,45	0,55	0,564	0,591	0,6
177	89	0,404	0,413	0,439	0,452	0,548	0,562	0,587	0,596
197	99	0,409	0,418	0,442	0,455	0,546	0,558	0,582	0,591
225	113	0,415	0,423	0,445	0,457	0,543	0,555	0,577	0,585
249	125	0,419	0,427	0,448	0,46	0,541	0,552	0,573	0,581
281	141	0,424	0,431	0,451	0,462	0,538	0,549	0,569	0,576
317	159	0,428	0,435	0,454	0,464	0,536	0,546	0,565	0,572
397	199	0,436	0,442	0,459	0,468	0,532	0,541	0,558	0,564
451	226	0,44	0,445	0,461	0,47	0,53	0,539	0,555	0,56
499	250	0,443	0,448	0,463	0,471	0,529	0,537	0,552	0,557
633	317	0,449	0,454	0,467	0,475	0,525	0,533	0,546	0,551
801	401	0,455	0,459	0,471	0,477	0,523	0,529	0,541	0,545
997	499	0,459	0,463	0,474	0,48	0,52	0,526	0,537	0,541
1247	624	0,464	0,467	0,477	0,482	0,518	0,523	0,533	0,536
1603	802	0,468	0,471	0,479	0,484	0,516	0,521	0,529	0,532
2501	1251	0,474	0,477	0,484	0,487	0,513	0,516	0,523	0,526
4001	2001	0,48	0,482	0,487	0,49	0,51	0,513	0,518	0,52
5001	2501	0,482	0,484	0,488	0,491	0,509	0,512	0,516	0,518
6301	3151	0,484	0,485	0,49	0,492	0,508	0,51	0,515	0,516
8001	4001	0,486	0,487	0,491	0,493	0,507	0,509	0,513	0,514
10001	5001	0,487	0,488	0,492	0,494	0,506	0,508	0,512	0,513

Il est rappelé que pour tout  $i = \frac{N+1}{2}$ , la valeur médiane de la distribution des  $p_i$  est égale à 0,5.

**Tableau A3.1: Valeurs moyennes de  $z_i$  pour la distribution gaussienne en fonction de N et i, pour  $N \leq 30$ .**

Les résultats ne sont fournis que pour  $i \leq N/2$ . Pour des valeurs de i plus grandes, ils peuvent facilement être déterminés par l'équation  $z_i = -z_{N-i}$ .

Par exemple, pour  $N=6$ ,  $i=4$ ,  $z_4 = -z_2 = +0,202$ .

N	Valeurs de i														
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
3	-0,845	0													
4	-1,029	-0,297													
5	-1,163	-0,495	0												
6	-1,268	-0,642	-0,202												
7	-1,352	-0,758	-0,353	0											
8	-1,423	-0,852	-0,472	-0,152											
9	-1,485	-0,932	-0,572	-0,274	0										
10	-1,539	-1,002	-0,656	-0,376	-0,123										
11	-1,587	-1,062	-0,729	-0,462	-0,225	0									
12	-1,629	-1,115	-0,793	-0,537	-0,312	-0,102									
13	-1,668	-1,164	-0,85	-0,603	-0,388	-0,19	0								
14	-1,703	-1,208	-0,901	-0,662	-0,456	-0,267	-0,088								
15	-1,736	-1,248	-0,948	-0,715	-0,515	-0,335	-0,165	0							
16	-1,766	-1,285	-0,99	-0,763	-0,57	-0,396	-0,234	-0,077							
17	-1,794	-1,319	-1,03	-0,808	-0,62	-0,452	-0,295	-0,146	0						
18	-1,82	-1,35	-1,066	-0,848	-0,665	-0,502	-0,351	-0,208	-0,069						
19	-1,844	-1,38	-1,1	-0,886	-0,707	-0,548	-0,402	-0,264	-0,131	0					
20	-1,868	-1,408	-1,131	-0,921	-0,746	-0,591	-0,448	-0,315	-0,187	-0,062					
21	-1,889	-1,433	-1,16	-0,954	-0,781	-0,63	-0,491	-0,362	-0,238	-0,118	0				
22	-1,91	-1,458	-1,188	-0,985	-0,815	-0,667	-0,532	-0,405	-0,286	-0,17	-0,056				
23	-1,929	-1,481	-1,215	-1,014	-0,847	-0,701	-0,569	-0,446	-0,33	-0,218	-0,108	0			
24	-1,947	-1,503	-1,239	-1,041	-0,877	-0,734	-0,604	-0,484	-0,37	-0,262	-0,156	-0,052			
25	-1,966	-1,524	-1,263	-1,067	-0,905	-0,764	-0,637	-0,519	-0,409	-0,303	-0,2	-0,1	0		
26	-1,982	-1,544	-1,285	-1,091	-0,932	-0,793	-0,668	-0,553	-0,444	-0,341	-0,241	-0,144	-0,048		
27	-1,998	-1,563	-1,307	-1,115	-0,957	-0,82	-0,697	-0,584	-0,478	-0,377	-0,28	-0,185	-0,092	0	
28	-2,014	-1,582	-1,327	-1,137	-0,981	-0,846	-0,725	-0,614	-0,51	-0,411	-0,316	-0,224	-0,134	-0,044	
29	-2,029	-1,599	-1,346	-1,158	-1,004	-0,871	-0,751	-0,642	-0,54	-0,443	-0,35	-0,26	-0,172	-0,086	0
30	-2,043	-1,615	-1,365	-1,178	-1,026	-0,894	-0,777	-0,669	-0,568	-0,473	-0,382	-0,295	-0,209	-0,125	-0,041

**Tableau A3.2:**  
**Ecart-types de  $z_i$  pour la distribution gaussienne,**  
**en fonction de N et de l'option utilisée pour déterminer  $P_i$ , pour  $N \leq 30$ .**

N	Valeur "a" utilisée pour déterminer $P_i$ (voir Equation (5))							
	0,5	3/8	0,3175*	voir**	voir***	0	Médiane de $p_i$	$p_i$ correspondant à $z_i$
3	0,458	0,510	0,541	0,541	0,541	0,658	0,542	0,525
4	0,381	0,417	0,437	0,438	0,437	0,517	0,437	0,424
5	0,333	0,360	0,376	0,376	0,376	0,436	0,375	0,365
6	0,301	0,322	0,334	0,335	0,334	0,382	0,334	0,325
7	0,276	0,294	0,304	0,304	0,304	0,343	0,304	0,296
8	0,257	0,272	0,280	0,281	0,280	0,314	0,280	0,274
9	0,241	0,254	0,261	0,262	0,261	0,290	0,261	0,255
10	0,228	0,239	0,245	0,246	0,245	0,271	0,245	0,240
11	0,217	0,227	0,232	0,233	0,232	0,255	0,232	0,227
12	0,207	0,216	0,221	0,221	0,221	0,242	0,221	0,217
13	0,199	0,207	0,212	0,212	0,211	0,230	0,212	0,208
14	0,191	0,199	0,203	0,203	0,203	0,220	0,203	0,199
15	0,184	0,192	0,195	0,195	0,195	0,211	0,195	0,192
16	0,178	0,185	0,188	0,188	0,188	0,203	0,188	0,185
17	0,172	0,179	0,182	0,182	0,182	0,195	0,182	0,179
18	0,168	0,174	0,177	0,177	0,176	0,189	0,176	0,174
19	0,163	0,168	0,171	0,171	0,171	0,183	0,171	0,168
20	0,159	0,164	0,166	0,167	0,166	0,177	0,166	0,164
21	0,155	0,160	0,162	0,162	0,162	0,172	0,162	0,160
22	0,152	0,156	0,158	0,158	0,158	0,168	0,158	0,156
23	0,148	0,153	0,155	0,155	0,154	0,164	0,155	0,152
24	0,145	0,149	0,151	0,151	0,151	0,160	0,151	0,149
25	0,142	0,146	0,147	0,148	0,147	0,156	0,147	0,145
26	0,139	0,143	0,145	0,145	0,145	0,153	0,145	0,143
27	0,137	0,140	0,142	0,142	0,142	0,150	0,142	0,140
28	0,134	0,137	0,139	0,139	0,139	0,146	0,139	0,137
29	0,132	0,135	0,136	0,137	0,136	0,143	0,136	0,135
30	0,130	0,133	0,134	0,134	0,134	0,141	0,134	0,132

$$*: P_N = 0,5^{\frac{1}{N}}, P_1 = 1 - P_N.$$

$$**: 0,5 \cdot \left( N + 1 - \frac{N-1}{2 \times 0,5^{\frac{1}{N}} - 1} \right)$$

$$***: 0,5 \cdot \left( N + 1 - \frac{N-1}{\left( 2 \times 0,5^{\frac{1}{N}} - 1 \right) \left( 1 + \frac{1}{20N+1} \right)} \right)$$

**Tableau A4: Valeurs de  $z_{ri}$  pour les S-distribution, en fonction de  $N_s$ ,  $N_r$  et  $i$  pour  $N_s \leq 30$ .**

$N_s$ : Nombre de séries,  $N_r$ : Nombre de répétitions,

QM : moyenne quadratique, Moy : moyenne, Med : Médiane, C2,5% : centile 2,5%, C97,5% : centile 97,5%.

Ns	Nr	i	QM	Mean	Med	C2,5%	C97,5%
5	2	1	0,287	0,216	0,163	0,007	0,705
5	2	2	0,52	0,447	0,404	0,066	1,068
5	2	3	0,785	0,712	0,676	0,185	1,45
5	2	4	1,12	1,044	1,006	0,363	1,935
5	2	5	1,664	1,569	1,515	0,642	2,801
5	3	1	0,447	0,396	0,372	0,071	0,858
5	3	2	0,67	0,63	0,613	0,231	1,123
5	3	3	0,885	0,848	0,832	0,398	1,389
5	3	4	1,133	1,095	1,076	0,576	1,715
5	3	5	1,51	1,461	1,43	0,804	2,295
5	6	1	0,632	0,609	0,607	0,286	0,949
5	6	2	0,806	0,789	0,785	0,484	1,116
5	6	3	0,953	0,938	0,934	0,627	1,276
5	6	4	1,112	1,097	1,089	0,761	1,479
5	6	5	1,343	1,323	1,306	0,917	1,826
5	9	1	0,708	0,693	0,694	0,41	0,973
5	9	2	0,853	0,843	0,841	0,591	1,103
5	9	3	0,971	0,962	0,959	0,713	1,229
5	9	4	1,097	1,087	1,082	0,822	1,383
5	9	5	1,277	1,264	1,251	0,946	1,657
5	12	1	0,75	0,739	0,741	0,487	0,981
5	12	2	0,876	0,869	0,869	0,649	1,094
5	12	3	0,978	0,972	0,969	0,755	1,201
5	12	4	1,086	1,079	1,074	0,851	1,332
5	12	5	1,239	1,229	1,218	0,958	1,561
5	16	1	0,786	0,778	0,781	0,554	0,989
5	16	2	0,897	0,891	0,891	0,702	1,083
5	16	3	0,985	0,98	0,978	0,794	1,174
5	16	4	1,076	1,071	1,067	0,876	1,286
5	16	5	1,205	1,198	1,189	0,968	1,478
5	20	1	0,809	0,803	0,806	0,603	0,991
5	20	2	0,909	0,905	0,905	0,733	1,075
5	20	3	0,988	0,984	0,982	0,82	1,156
5	20	4	1,068	1,064	1,061	0,893	1,254
5	20	5	1,183	1,177	1,171	0,973	1,421
5	25	1	0,83	0,826	0,828	0,642	0,993
5	25	2	0,921	0,917	0,917	0,764	1,067
5	25	3	0,99	0,987	0,987	0,842	1,14
5	25	4	1,062	1,059	1,057	0,904	1,226
5	25	5	1,164	1,159	1,153	0,977	1,376
6	2	1	0,247	0,183	0,137	0,005	0,613
6	2	2	0,442	0,378	0,339	0,054	0,921

Ns	Nr	i	QM	Mean	Med	C2,5%	C97,5%
6	2	3	0,653	0,59	0,556	0,149	1,221
6	2	4	0,899	0,836	0,806	0,283	1,561
6	2	5	1,218	1,15	1,118	0,466	2,021
6	2	6	1,742	1,655	1,604	0,741	2,864
6	3	1	0,408	0,362	0,34	0,066	0,782
6	3	2	0,606	0,569	0,554	0,21	1,014
6	3	3	0,785	0,753	0,74	0,354	1,225
6	3	4	0,975	0,943	0,93	0,501	1,46
6	3	5	1,204	1,17	1,154	0,666	1,771
6	3	6	1,566	1,521	1,489	0,883	2,339
6	6	1	0,604	0,582	0,58	0,278	0,9
6	6	2	0,762	0,747	0,744	0,464	1,047
6	6	3	0,888	0,875	0,871	0,594	1,18
6	6	4	1,013	1,001	0,996	0,709	1,325
6	6	5	1,157	1,144	1,136	0,823	1,512
6	6	6	1,376	1,358	1,339	0,963	1,855
6	9	1	0,684	0,67	0,672	0,401	0,933
6	9	2	0,818	0,808	0,808	0,572	1,049
6	9	3	0,92	0,912	0,911	0,683	1,154
6	9	4	1,02	1,012	1,009	0,775	1,267
6	9	5	1,133	1,125	1,119	0,871	1,412
6	9	6	1,304	1,292	1,279	0,985	1,673
6	12	1	0,73	0,72	0,722	0,478	0,946
6	12	2	0,847	0,84	0,84	0,634	1,049
6	12	3	0,935	0,929	0,928	0,73	1,136
6	12	4	1,02	1,015	1,013	0,813	1,229
6	12	5	1,118	1,111	1,106	0,894	1,354
6	12	6	1,262	1,253	1,242	0,992	1,573
6	16	1	0,767	0,759	0,762	0,545	0,958
6	16	2	0,87	0,866	0,866	0,685	1,043
6	16	3	0,947	0,943	0,943	0,77	1,118
6	16	4	1,021	1,017	1,016	0,842	1,202
6	16	5	1,103	1,099	1,095	0,915	1,305
6	16	6	1,225	1,219	1,21	0,997	1,49
6	20	1	0,793	0,787	0,791	0,591	0,965
6	20	2	0,886	0,882	0,883	0,721	1,04
6	20	3	0,955	0,952	0,951	0,798	1,109
6	20	4	1,02	1,017	1,015	0,865	1,18
6	20	5	1,093	1,089	1,085	0,927	1,273
6	20	6	1,201	1,196	1,188	0,999	1,437
6	25	1	0,815	0,811	0,814	0,634	0,969
6	25	2	0,899	0,896	0,896	0,753	1,038

Ns	Nr	i	QM	Mean	Med	C2,5%	C97,5%
6	25	3	0,96	0,957	0,957	0,821	1,096
6	25	4	1,017	1,015	1,014	0,879	1,156
6	25	5	1,082	1,079	1,077	0,936	1,237
6	25	6	1,178	1,174	1,168	1,003	1,384
7	2	1	0,216	0,16	0,118	0,005	0,538
7	2	2	0,383	0,327	0,291	0,046	0,804
7	2	3	0,561	0,506	0,475	0,124	1,056
7	2	4	0,758	0,703	0,676	0,234	1,328
7	2	5	0,992	0,936	0,909	0,375	1,652
7	2	6	1,298	1,236	1,205	0,558	2,092
7	2	7	1,806	1,725	1,673	0,823	2,911
7	3	1	0,377	0,334	0,314	0,061	0,727
7	3	2	0,556	0,523	0,508	0,193	0,931
7	3	3	0,714	0,684	0,673	0,32	1,114
7	3	4	0,871	0,843	0,832	0,451	1,301
7	3	5	1,045	1,017	1,005	0,585	1,518
7	3	6	1,262	1,231	1,215	0,739	1,815
7	3	7	1,61	1,568	1,536	0,944	2,37
7	6	1	0,58	0,56	0,559	0,267	0,86
7	6	2	0,727	0,714	0,711	0,446	0,996
7	6	3	0,841	0,829	0,826	0,566	1,11
7	6	4	0,947	0,936	0,933	0,668	1,227
7	6	5	1,059	1,048	1,043	0,767	1,362
7	6	6	1,195	1,183	1,174	0,87	1,542
7	6	7	1,406	1,389	1,371	1,005	1,873
7	9	1	0,664	0,651	0,652	0,394	0,901
7	9	2	0,789	0,78	0,78	0,556	1,008
7	9	3	0,882	0,874	0,872	0,66	1,1
7	9	4	0,967	0,96	0,958	0,745	1,19
7	9	5	1,056	1,049	1,046	0,826	1,296
7	9	6	1,162	1,154	1,148	0,909	1,434
7	9	7	1,326	1,315	1,301	1,014	1,687
7	12	1	0,713	0,704	0,706	0,469	0,921
7	12	2	0,823	0,817	0,816	0,62	1,011
7	12	3	0,903	0,898	0,898	0,712	1,089
7	12	4	0,977	0,972	0,97	0,786	1,169
7	12	5	1,053	1,048	1,046	0,854	1,256
7	12	6	1,142	1,137	1,132	0,926	1,37
7	12	7	1,281	1,273	1,261	1,019	1,588
7	16	1	0,753	0,746	0,749	0,538	0,938
7	16	2	0,85	0,845	0,846	0,674	1,015
7	16	3	0,919	0,915	0,914	0,753	1,081

Ns	Nr	i	QM	Mean	Med	c2,5%	c97,5%
7	16	4	0,982	0,979	0,977	0,82	1,145
7	16	5	1,047	1,044	1,041	0,879	1,219
7	16	6	1,124	1,12	1,116	0,942	1,318
7	16	7	1,242	1,236	1,226	1,018	1,502
7	20	1	0,779	0,774	0,777	0,583	0,942
7	20	2	0,867	0,864	0,864	0,71	1,015
7	20	3	0,93	0,927	0,926	0,782	1,073
7	20	4	0,986	0,983	0,982	0,84	1,131
7	20	5	1,043	1,04	1,037	0,894	1,198
7	20	6	1,111	1,108	1,105	0,948	1,284
7	20	7	1,214	1,21	1,202	1,017	1,444
7	25	1	0,805	0,801	0,803	0,631	0,955
7	25	2	0,883	0,88	0,881	0,741	1,017
7	25	3	0,939	0,937	0,937	0,808	1,068
7	25	4	0,989	0,987	0,986	0,86	1,117
7	25	5	1,041	1,038	1,037	0,907	1,179
7	25	6	1,101	1,098	1,095	0,96	1,258
7	25	7	1,193	1,189	1,182	1,022	1,399
8	2	1	0,192	0,142	0,104	0,004	0,48
8	2	2	0,339	0,287	0,255	0,04	0,715
8	2	3	0,492	0,441	0,413	0,107	0,936
8	2	4	0,658	0,608	0,583	0,198	1,163
8	2	5	0,845	0,796	0,772	0,312	1,416
8	2	6	1,068	1,017	0,993	0,454	1,718
8	2	7	1,363	1,307	1,278	0,635	2,144
8	2	8	1,859	1,783	1,734	0,9	2,953
8	3	1	0,354	0,313	0,294	0,056	0,68
8	3	2	0,518	0,486	0,474	0,181	0,866
8	3	3	0,659	0,632	0,621	0,298	1,026
8	3	4	0,796	0,771	0,761	0,412	1,187
8	3	5	0,941	0,916	0,906	0,529	1,365
8	3	6	1,104	1,079	1,067	0,657	1,573
8	3	7	1,311	1,283	1,268	0,8	1,857
8	3	8	1,649	1,609	1,577	0,996	2,4
8	6	1	0,563	0,543	0,542	0,263	0,832
8	6	2	0,701	0,688	0,686	0,433	0,955
8	6	3	0,806	0,795	0,793	0,547	1,057
8	6	4	0,9	0,89	0,886	0,642	1,157
8	6	5	0,995	0,985	0,981	0,728	1,266
8	6	6	1,098	1,088	1,082	0,813	1,392
8	6	7	1,227	1,215	1,207	0,912	1,564
8	6	8	1,432	1,415	1,398	1,04	1,892
8	9	1	0,649	0,636	0,638	0,382	0,878
8	9	2	0,767	0,759	0,759	0,542	0,973
8	9	3	0,852	0,846	0,845	0,641	1,054

Ns	Nr	i	QM	Mean	Med	c2,5%	c97,5%
8	9	4	0,929	0,923	0,921	0,719	1,132
8	9	5	1,004	0,998	0,996	0,792	1,218
8	9	6	1,086	1,08	1,076	0,862	1,317
8	9	7	1,186	1,179	1,173	0,939	1,453
8	9	8	1,344	1,334	1,319	1,04	1,705
8	12	1	0,697	0,688	0,692	0,459	0,897
8	12	2	0,802	0,796	0,797	0,606	0,985
8	12	3	0,877	0,872	0,872	0,698	1,056
8	12	4	0,943	0,939	0,937	0,766	1,12
8	12	5	1,008	1,003	1,001	0,828	1,191
8	12	6	1,078	1,073	1,07	0,891	1,273
8	12	7	1,163	1,158	1,152	0,957	1,386
8	12	8	1,297	1,289	1,278	1,04	1,601
8	16	1	0,741	0,735	0,739	0,531	0,917
8	16	2	0,833	0,829	0,83	0,664	0,988
8	16	3	0,898	0,894	0,894	0,743	1,05
8	16	4	0,955	0,951	0,95	0,802	1,107
8	16	5	1,01	1,007	1,005	0,855	1,167
8	16	6	1,069	1,066	1,064	0,909	1,237
8	16	7	1,142	1,138	1,135	0,965	1,334
8	16	8	1,255	1,25	1,241	1,04	1,513
8	20	1	0,769	0,764	0,767	0,581	0,931
8	20	2	0,853	0,849	0,85	0,699	0,994
8	20	3	0,911	0,908	0,908	0,769	1,044
8	20	4	0,961	0,958	0,959	0,823	1,093
8	20	5	1,01	1,008	1,007	0,873	1,15
8	20	6	1,063	1,06	1,058	0,922	1,211
8	20	7	1,128	1,125	1,121	0,972	1,298
8	20	8	1,228	1,223	1,215	1,037	1,45
8	25	1	0,794	0,79	0,793	0,619	0,939
8	25	2	0,869	0,866	0,867	0,732	0,996
8	25	3	0,921	0,919	0,919	0,797	1,043
8	25	4	0,966	0,964	0,963	0,844	1,09
8	25	5	1,01	1,008	1,008	0,888	1,135
8	25	6	1,057	1,055	1,055	0,931	1,186
8	25	7	1,114	1,111	1,108	0,978	1,261
8	25	8	1,202	1,198	1,192	1,036	1,402
9	2	1	0,173	0,127	0,093	0,004	0,435
9	2	2	0,304	0,257	0,227	0,035	0,646
9	2	3	0,44	0,394	0,367	0,094	0,842
9	2	4	0,583	0,539	0,515	0,173	1,039
9	2	5	0,741	0,696	0,675	0,269	1,246
9	2	6	0,92	0,876	0,854	0,385	1,486
9	2	7	1,136	1,089	1,068	0,525	1,783
9	2	8	1,422	1,369	1,342	0,703	2,197

Ns	Nr	i	QM	Mean	Med	c2,5%	c97,5%
9	2	9	1,906	1,834	1,784	0,964	2,986
9	3	1	0,333	0,295	0,277	0,052	0,639
9	3	2	0,485	0,456	0,445	0,17	0,809
9	3	3	0,615	0,59	0,58	0,282	0,956
9	3	4	0,738	0,715	0,706	0,384	1,096
9	3	5	0,863	0,841	0,832	0,488	1,245
9	3	6	0,997	0,975	0,965	0,597	1,411
9	3	7	1,153	1,13	1,118	0,714	1,61
9	3	8	1,352	1,326	1,31	0,853	1,889
9	3	9	1,681	1,644	1,613	1,044	2,415
9	6	1	0,546	0,527	0,527	0,254	0,803
9	6	2	0,677	0,665	0,663	0,42	0,916
9	6	3	0,775	0,765	0,762	0,528	1,013
9	6	4	0,86	0,851	0,848	0,616	1,103
9	6	5	0,944	0,935	0,932	0,696	1,194
9	6	6	1,03	1,022	1,019	0,774	1,293
9	6	7	1,128	1,119	1,114	0,854	1,414
9	6	8	1,252	1,241	1,232	0,947	1,588
9	6	9	1,45	1,434	1,416	1,07	1,903
9	9	1	0,635	0,623	0,626	0,376	0,856
9	9	2	0,748	0,741	0,741	0,533	0,948
9	9	3	0,829	0,823	0,822	0,629	1,022
9	9	4	0,899	0,893	0,893	0,702	1,092
9	9	5	0,966	0,961	0,959	0,768	1,164
9	9	6	1,034	1,029	1,026	0,83	1,24
9	9	7	1,111	1,106	1,102	0,897	1,336
9	9	8	1,208	1,201	1,194	0,972	1,467
9	9	9	1,361	1,351	1,337	1,067	1,712
9	12	1	0,687	0,678	0,682	0,457	0,879
9	12	2	0,787	0,781	0,783	0,596	0,959
9	12	3	0,857	0,853	0,853	0,682	1,024
9	12	4	0,918	0,914	0,913	0,748	1,084
9	12	5	0,975	0,971	0,97	0,805	1,144
9	12	6	1,034	1,031	1,029	0,86	1,214
9	12	7	1,099	1,095	1,093	0,916	1,291
9	12	8	1,18	1,176	1,17	0,979	1,399
9	12	9	1,31	1,303	1,292	1,06	1,605
9	16	1	0,731	0,724	0,729	0,525	0,903
9	16	2	0,819	0,816	0,818	0,655	0,968
9	16	3	0,881	0,878	0,878	0,729	1,023
9	16	4	0,933	0,93	0,929	0,787	1,075
9	16	5	0,982	0,979	0,978	0,836	1,128
9	16	6	1,032	1,029	1,028	0,885	1,182
9	16	7	1,088	1,085	1,083	0,931	1,252
9	16	8	1,157	1,154	1,15	0,986	1,344



Ns	Nr	i	QM	Mean	Med	c2,5%	c97,5%
9	16	9	1,267	1,261	1,252	1,058	1,519
9	20	1	0,759	0,754	0,758	0,571	0,911
9	20	2	0,839	0,836	0,837	0,69	0,974
9	20	3	0,894	0,892	0,892	0,757	1,022
9	20	4	0,941	0,939	0,938	0,81	1,068
9	20	5	0,985	0,983	0,982	0,857	1,116
9	20	6	1,03	1,028	1,026	0,899	1,165
9	20	7	1,079	1,077	1,074	0,941	1,222
9	20	8	1,141	1,138	1,134	0,989	1,307
9	20	9	1,236	1,232	1,224	1,052	1,458
9	25	1	0,786	0,782	0,785	0,62	0,926
9	25	2	0,858	0,856	0,856	0,727	0,981
9	25	3	0,908	0,906	0,905	0,789	1,025
9	25	4	0,95	0,948	0,947	0,835	1,065
9	25	5	0,989	0,987	0,985	0,876	1,107
9	25	6	1,029	1,027	1,026	0,913	1,149
9	25	7	1,073	1,071	1,068	0,952	1,201
9	25	8	1,128	1,125	1,123	0,995	1,274
9	25	9	1,212	1,209	1,202	1,05	1,41
10	2	1	0,157	0,115	0,084	0,003	0,398
10	2	2	0,276	0,233	0,205	0,032	0,59
10	2	3	0,397	0,355	0,33	0,084	0,765
10	2	4	0,525	0,483	0,461	0,153	0,938
10	2	5	0,662	0,621	0,6	0,237	1,121
10	2	6	0,812	0,772	0,751	0,335	1,319
10	2	7	0,985	0,944	0,923	0,452	1,549
10	2	8	1,194	1,151	1,129	0,592	1,834
10	2	9	1,473	1,424	1,397	0,761	2,236
10	2	10	1,948	1,879	1,831	1,021	3,017
10	3	1	0,317	0,281	0,264	0,051	0,608
10	3	2	0,46	0,433	0,421	0,16	0,768
10	3	3	0,58	0,557	0,548	0,263	0,902
10	3	4	0,692	0,671	0,663	0,36	1,027
10	3	5	0,804	0,784	0,775	0,455	1,155
10	3	6	0,92	0,9	0,891	0,551	1,294
10	3	7	1,047	1,027	1,017	0,654	1,454
10	3	8	1,195	1,174	1,162	0,765	1,644
10	3	9	1,388	1,363	1,347	0,899	1,915
10	3	10	1,71	1,674	1,642	1,083	2,447
10	6	1	0,531	0,514	0,514	0,249	0,78
10	6	2	0,658	0,647	0,645	0,41	0,891
10	6	3	0,751	0,741	0,74	0,513	0,978
10	6	4	0,831	0,823	0,82	0,599	1,058
10	6	5	0,907	0,899	0,896	0,673	1,139
10	6	6	0,983	0,975	0,972	0,745	1,224

Ns	Nr	i	QM	Mean	Med	c2,5%	c97,5%
10	6	7	1,064	1,056	1,052	0,815	1,322
10	6	8	1,157	1,148	1,144	0,891	1,435
10	6	9	1,275	1,265	1,257	0,978	1,599
10	6	10	1,469	1,455	1,437	1,095	1,913
10	9	1	0,623	0,611	0,614	0,373	0,838
10	9	2	0,732	0,724	0,725	0,522	0,922
10	9	3	0,808	0,802	0,802	0,612	0,994
10	9	4	0,874	0,869	0,868	0,684	1,056
10	9	5	0,935	0,93	0,929	0,748	1,121
10	9	6	0,996	0,991	0,989	0,803	1,187
10	9	7	1,06	1,055	1,052	0,862	1,261
10	9	8	1,133	1,127	1,124	0,923	1,35
10	9	9	1,225	1,219	1,213	0,992	1,48
10	9	10	1,377	1,367	1,353	1,083	1,724
10	12	1	0,676	0,668	0,671	0,451	0,863
10	12	2	0,773	0,768	0,77	0,589	0,941
10	12	3	0,84	0,835	0,835	0,673	0,999
10	12	4	0,896	0,892	0,891	0,735	1,055
10	12	5	0,948	0,945	0,943	0,789	1,109
10	12	6	1	0,997	0,995	0,841	1,164
10	12	7	1,055	1,051	1,049	0,888	1,227
10	12	8	1,117	1,113	1,11	0,94	1,304
10	12	9	1,196	1,191	1,186	1,001	1,412
10	12	10	1,321	1,314	1,302	1,078	1,616
10	16	1	0,721	0,715	0,718	0,525	0,89
10	16	2	0,806	0,803	0,804	0,649	0,953
10	16	3	0,865	0,862	0,862	0,72	1,003
10	16	4	0,913	0,911	0,911	0,774	1,05
10	16	5	0,959	0,956	0,955	0,822	1,096
10	16	6	1,003	1	0,999	0,864	1,143
10	16	7	1,05	1,048	1,046	0,907	1,198
10	16	8	1,104	1,101	1,098	0,952	1,264
10	16	9	1,17	1,167	1,162	1,005	1,353
10	16	10	1,277	1,272	1,263	1,07	1,526
10	20	1	0,753	0,748	0,752	0,571	0,902
10	20	2	0,83	0,827	0,828	0,683	0,959
10	20	3	0,881	0,879	0,879	0,754	1,004
10	20	4	0,925	0,922	0,922	0,8	1,045
10	20	5	0,965	0,963	0,962	0,844	1,086
10	20	6	1,005	1,003	1,001	0,882	1,13
10	20	7	1,047	1,045	1,043	0,92	1,178
10	20	8	1,094	1,092	1,09	0,961	1,234
10	20	9	1,152	1,15	1,146	1,007	1,312
10	20	10	1,247	1,243	1,234	1,064	1,464
10	25	1	0,779	0,775	0,779	0,615	0,913

Ns	Nr	i	QM	Mean	Med	c2,5%	c97,5%
10	25	2	0,849	0,847	0,848	0,723	0,964
10	25	3	0,896	0,894	0,895	0,783	1,008
10	25	4	0,935	0,933	0,933	0,825	1,042
10	25	5	0,97	0,969	0,968	0,862	1,077
10	25	6	1,006	1,004	1,003	0,897	1,114
10	25	7	1,042	1,04	1,039	0,932	1,157
10	25	8	1,084	1,082	1,08	0,965	1,207
10	25	9	1,136	1,134	1,131	1,008	1,28
10	25	10	1,219	1,215	1,209	1,057	1,412
11	2	1	0,144	0,105	0,076	0,003	0,364
11	2	2	0,252	0,212	0,186	0,029	0,541
11	2	3	0,362	0,323	0,3	0,076	0,7
11	2	4	0,477	0,439	0,418	0,138	0,859
11	2	5	0,599	0,561	0,542	0,212	1,019
11	2	6	0,73	0,693	0,675	0,299	1,19
11	2	7	0,876	0,838	0,821	0,396	1,379
11	2	8	1,042	1,004	0,987	0,511	1,599
11	2	9	1,245	1,205	1,186	0,649	1,875
11	2	10	1,519	1,472	1,446	0,821	2,273
11	2	11	1,986	1,92	1,871	1,07	3,041
11	3	1	0,302	0,267	0,251	0,048	0,58
11	3	2	0,437	0,411	0,4	0,152	0,731
11	3	3	0,55	0,527	0,518	0,25	0,854
11	3	4	0,653	0,633	0,625	0,341	0,971
11	3	5	0,755	0,736	0,728	0,43	1,086
11	3	6	0,858	0,84	0,832	0,516	1,204
11	3	7	0,968	0,949	0,942	0,607	1,335
11	3	8	1,089	1,07	1,061	0,703	1,486
11	3	9	1,232	1,212	1,201	0,813	1,677
11	3	10	1,421	1,398	1,382	0,941	1,947
11	3	11	1,738	1,704	1,671	1,121	2,472
11	6	1	0,519	0,502	0,502	0,244	0,759
11	6	2	0,641	0,63	0,629	0,398	0,862
11	6	3	0,728	0,72	0,719	0,5	0,944
11	6	4	0,803	0,796	0,794	0,582	1,019
11	6	5	0,873	0,866	0,864	0,652	1,092
11	6	6	0,942	0,935	0,932	0,719	1,169
11	6	7	1,013	1,006	1,003	0,782	1,249
11	6	8	1,091	1,083	1,079	0,85	1,34
11	6	9	1,18	1,173	1,167	0,92	1,459
11	6	10	1,296	1,286	1,277	1,002	1,617
11	6	11	1,486	1,471	1,453	1,119	1,933
11	9	1	0,614	0,603	0,605	0,37	0,821
11	9	2	0,72	0,713	0,712	0,518	0,905
11	9	3	0,793	0,787	0,787	0,607	0,973

Ns	Nr	i	QM	Mean	Med	c2,5%	c97,5%
11	9	4	0,854	0,849	0,847	0,673	1,03
11	9	5	0,91	0,905	0,905	0,732	1,085
11	9	6	0,965	0,96	0,959	0,787	1,143
11	9	7	1,021	1,017	1,015	0,838	1,207
11	9	8	1,082	1,077	1,074	0,892	1,278
11	9	9	1,151	1,147	1,143	0,95	1,365
11	9	10	1,241	1,235	1,229	1,017	1,493
11	9	11	1,387	1,378	1,365	1,102	1,727
11	12	1	0,667	0,659	0,663	0,445	0,849
11	12	2	0,761	0,756	0,756	0,582	0,923
11	12	3	0,826	0,822	0,822	0,662	0,98
11	12	4	0,879	0,875	0,875	0,726	1,029
11	12	5	0,927	0,923	0,923	0,774	1,078
11	12	6	0,974	0,971	0,97	0,821	1,128
11	12	7	1,022	1,019	1,018	0,863	1,179
11	12	8	1,074	1,071	1,069	0,91	1,241
11	12	9	1,134	1,13	1,128	0,961	1,314
11	12	10	1,209	1,205	1,2	1,018	1,419
11	12	11	1,333	1,326	1,314	1,093	1,624
11	16	1	0,713	0,707	0,712	0,514	0,875
11	16	2	0,796	0,793	0,795	0,643	0,937
11	16	3	0,852	0,849	0,85	0,71	0,983
11	16	4	0,898	0,896	0,896	0,764	1,027
11	16	5	0,94	0,938	0,938	0,808	1,069
11	16	6	0,981	0,979	0,978	0,85	1,112
11	16	7	1,022	1,019	1,018	0,888	1,156
11	16	8	1,066	1,063	1,062	0,928	1,206
11	16	9	1,117	1,114	1,111	0,971	1,271
11	16	10	1,181	1,178	1,174	1,018	1,36
11	16	11	1,286	1,281	1,272	1,081	1,53
11	20	1	0,747	0,743	0,746	0,571	0,895
11	20	2	0,821	0,818	0,82	0,68	0,948
11	20	3	0,872	0,869	0,87	0,745	0,988
11	20	4	0,913	0,911	0,911	0,792	1,029
11	20	5	0,95	0,948	0,949	0,833	1,064
11	20	6	0,986	0,984	0,984	0,867	1,103
11	20	7	1,022	1,021	1,02	0,902	1,142
11	20	8	1,062	1,06	1,059	0,939	1,186
11	20	9	1,106	1,104	1,102	0,975	1,242
11	20	10	1,163	1,16	1,156	1,018	1,322
11	20	11	1,255	1,251	1,243	1,077	1,471
11	25	1	0,773	0,769	0,774	0,608	0,904
11	25	2	0,841	0,838	0,84	0,715	0,953
11	25	3	0,885	0,884	0,884	0,771	0,992
11	25	4	0,922	0,92	0,92	0,815	1,026

Ns	Nr	i	QM	Mean	Med	c2,5%	c97,5%
11	25	5	0,955	0,954	0,953	0,852	1,059
11	25	6	0,987	0,986	0,985	0,883	1,092
11	25	7	1,019	1,018	1,016	0,916	1,127
11	25	8	1,054	1,052	1,05	0,946	1,168
11	25	9	1,094	1,092	1,09	0,979	1,215
11	25	10	1,144	1,142	1,139	1,016	1,283
11	25	11	1,227	1,223	1,214	1,068	1,423
12	2	1	0,133	0,097	0,071	0,003	0,338
12	2	2	0,233	0,196	0,172	0,026	0,501
12	2	3	0,334	0,297	0,275	0,068	0,651
12	2	4	0,438	0,402	0,383	0,124	0,793
12	2	5	0,547	0,512	0,494	0,191	0,936
12	2	6	0,664	0,629	0,612	0,267	1,088
12	2	7	0,791	0,756	0,74	0,353	1,254
12	2	8	0,932	0,897	0,881	0,453	1,438
12	2	9	1,095	1,059	1,042	0,566	1,65
12	2	10	1,294	1,256	1,236	0,7	1,92
12	2	11	1,562	1,518	1,491	0,871	2,308
12	2	12	2,024	1,961	1,914	1,117	3,079
12	3	1	0,288	0,255	0,239	0,046	0,553
12	3	2	0,417	0,392	0,382	0,145	0,695
12	3	3	0,523	0,502	0,494	0,238	0,81
12	3	4	0,62	0,601	0,593	0,322	0,919
12	3	5	0,714	0,696	0,69	0,406	1,026
12	3	6	0,808	0,79	0,784	0,487	1,133
12	3	7	0,905	0,888	0,882	0,57	1,247
12	3	8	1,009	0,992	0,985	0,653	1,372
12	3	9	1,126	1,109	1,1	0,747	1,518
12	3	10	1,265	1,247	1,236	0,85	1,702
12	3	11	1,449	1,427	1,411	0,98	1,965
12	3	12	1,759	1,726	1,696	1,152	2,476
12	6	1	0,508	0,492	0,492	0,24	0,742
12	6	2	0,626	0,615	0,615	0,39	0,843
12	6	3	0,71	0,701	0,7	0,488	0,921
12	6	4	0,781	0,773	0,772	0,565	0,99
12	6	5	0,846	0,839	0,837	0,632	1,056
12	6	6	0,91	0,903	0,902	0,694	1,123
12	6	7	0,974	0,968	0,965	0,753	1,195
12	6	8	1,041	1,034	1,032	0,813	1,27
12	6	9	1,115	1,108	1,105	0,878	1,36
12	6	10	1,201	1,193	1,188	0,946	1,472
12	6	11	1,314	1,305	1,296	1,026	1,633
12	6	12	1,5	1,486	1,467	1,14	1,933
12	9	1	0,603	0,592	0,595	0,362	0,807
12	9	2	0,706	0,699	0,7	0,507	0,888

Ns	Nr	i	QM	Mean	Med	c2,5%	c97,5%
12	9	3	0,776	0,771	0,771	0,595	0,949
12	9	4	0,835	0,83	0,83	0,66	1,004
12	9	5	0,887	0,883	0,882	0,716	1,058
12	9	6	0,938	0,934	0,933	0,766	1,109
12	9	7	0,989	0,985	0,983	0,815	1,163
12	9	8	1,042	1,038	1,035	0,864	1,223
12	9	9	1,099	1,095	1,092	0,914	1,291
12	9	10	1,167	1,162	1,159	0,966	1,377
12	9	11	1,255	1,25	1,243	1,033	1,499
12	9	12	1,4	1,391	1,378	1,12	1,74
12	12	1	0,658	0,65	0,654	0,441	0,837
12	12	2	0,75	0,745	0,747	0,576	0,909
12	12	3	0,813	0,809	0,809	0,654	0,963
12	12	4	0,863	0,86	0,86	0,713	1,008
12	12	5	0,909	0,906	0,905	0,763	1,053
12	12	6	0,953	0,95	0,948	0,806	1,099
12	12	7	0,996	0,993	0,992	0,85	1,146
12	12	8	1,042	1,039	1,037	0,891	1,199
12	12	9	1,091	1,088	1,086	0,933	1,256
12	12	10	1,149	1,145	1,142	0,98	1,329
12	12	11	1,222	1,218	1,213	1,034	1,433
12	12	12	1,343	1,336	1,324	1,105	1,634
12	16	1	0,708	0,702	0,707	0,515	0,866
12	16	2	0,789	0,785	0,787	0,636	0,927
12	16	3	0,842	0,839	0,84	0,701	0,972
12	16	4	0,885	0,883	0,884	0,753	1,01
12	16	5	0,925	0,922	0,923	0,796	1,047
12	16	6	0,962	0,96	0,959	0,836	1,084
12	16	7	0,999	0,997	0,997	0,872	1,123
12	16	8	1,038	1,035	1,034	0,908	1,169
12	16	9	1,08	1,077	1,077	0,944	1,218
12	16	10	1,128	1,126	1,124	0,984	1,279
12	16	11	1,191	1,188	1,184	1,031	1,369
12	16	12	1,295	1,29	1,279	1,093	1,543
12	20	1	0,739	0,734	0,737	0,567	0,884
12	20	2	0,812	0,809	0,811	0,676	0,936
12	20	3	0,86	0,858	0,859	0,738	0,976
12	20	4	0,899	0,897	0,897	0,779	1,011
12	20	5	0,935	0,933	0,932	0,821	1,046
12	20	6	0,968	0,967	0,966	0,853	1,08
12	20	7	1,001	1	0,999	0,89	1,115
12	20	8	1,036	1,034	1,032	0,922	1,156
12	20	9	1,073	1,071	1,07	0,951	1,197
12	20	10	1,116	1,114	1,112	0,989	1,248
12	20	11	1,17	1,168	1,164	1,028	1,326

Ns	Nr	i	QM	Mean	Med	c2,5%	c97,5%
12	20	12	1,262	1,258	1,249	1,085	1,475
12	25	1	0,768	0,764	0,768	0,611	0,896
12	25	2	0,834	0,832	0,834	0,713	0,944
12	25	3	0,879	0,877	0,877	0,769	0,983
12	25	4	0,913	0,912	0,912	0,811	1,013
12	25	5	0,945	0,943	0,942	0,845	1,044
12	25	6	0,974	0,973	0,972	0,874	1,075
12	25	7	1,003	1,002	1,001	0,903	1,106
12	25	8	1,033	1,032	1,031	0,931	1,138
12	25	9	1,066	1,065	1,063	0,961	1,178
12	25	10	1,104	1,103	1,101	0,993	1,224
12	25	11	1,152	1,15	1,147	1,027	1,289
12	25	12	1,233	1,23	1,223	1,079	1,42
13	2	1	0,124	0,09	0,065	0,002	0,314
13	2	2	0,217	0,182	0,159	0,024	0,468
13	2	3	0,31	0,276	0,254	0,064	0,605
13	2	4	0,406	0,372	0,353	0,115	0,737
13	2	5	0,505	0,472	0,455	0,175	0,868
13	2	6	0,611	0,578	0,562	0,244	1,003
13	2	7	0,723	0,691	0,677	0,321	1,146
13	2	8	0,846	0,814	0,8	0,405	1,302
13	2	9	0,982	0,95	0,935	0,505	1,48
13	2	10	1,142	1,108	1,092	0,617	1,691
13	2	11	1,336	1,3	1,282	0,748	1,954
13	2	12	1,6	1,558	1,532	0,918	2,345
13	2	13	2,053	1,993	1,945	1,161	3,09
13	3	1	0,278	0,246	0,23	0,044	0,536
13	3	2	0,401	0,376	0,367	0,139	0,669
13	3	3	0,501	0,481	0,473	0,228	0,776
13	3	4	0,592	0,574	0,567	0,309	0,878
13	3	5	0,68	0,663	0,657	0,385	0,976
13	3	6	0,766	0,75	0,744	0,462	1,071
13	3	7	0,854	0,838	0,832	0,539	1,173
13	3	8	0,946	0,931	0,925	0,615	1,28
13	3	9	1,047	1,031	1,024	0,699	1,402
13	3	10	1,16	1,144	1,136	0,789	1,548
13	3	11	1,296	1,279	1,269	0,891	1,727
13	3	12	1,478	1,456	1,441	1,01	1,991
13	3	13	1,784	1,752	1,72	1,183	2,501
13	6	1	0,499	0,483	0,484	0,236	0,726
13	6	2	0,614	0,603	0,603	0,386	0,824
13	6	3	0,694	0,686	0,685	0,481	0,898
13	6	4	0,762	0,755	0,753	0,555	0,965
13	6	5	0,824	0,818	0,816	0,619	1,025
13	6	6	0,883	0,876	0,875	0,676	1,084

Ns	Nr	i	QM	Mean	Med	c2,5%	c97,5%
13	6	7	0,941	0,935	0,933	0,731	1,151
13	6	8	1,001	0,995	0,993	0,786	1,219
13	6	9	1,065	1,059	1,056	0,842	1,296
13	6	10	1,136	1,13	1,125	0,903	1,381
13	6	11	1,22	1,213	1,206	0,967	1,492
13	6	12	1,329	1,321	1,312	1,046	1,642
13	6	13	1,514	1,501	1,483	1,155	1,95
13	9	1	0,596	0,586	0,589	0,36	0,795
13	9	2	0,696	0,69	0,691	0,5	0,871
13	9	3	0,764	0,758	0,759	0,585	0,93
13	9	4	0,819	0,815	0,815	0,649	0,983
13	9	5	0,87	0,866	0,865	0,703	1,035
13	9	6	0,918	0,914	0,913	0,752	1,083
13	9	7	0,964	0,96	0,959	0,796	1,129
13	9	8	1,011	1,008	1,006	0,841	1,182
13	9	9	1,062	1,058	1,056	0,887	1,24
13	9	10	1,117	1,113	1,111	0,935	1,307
13	9	11	1,182	1,177	1,173	0,987	1,392
13	9	12	1,267	1,262	1,256	1,051	1,508
13	9	13	1,41	1,401	1,386	1,132	1,756
13	12	1	0,651	0,643	0,648	0,438	0,828
13	12	2	0,741	0,736	0,738	0,569	0,895
13	12	3	0,801	0,797	0,797	0,645	0,946
13	12	4	0,849	0,846	0,847	0,7	0,99
13	12	5	0,893	0,89	0,89	0,75	1,033
13	12	6	0,933	0,931	0,93	0,791	1,075
13	12	7	0,973	0,97	0,969	0,832	1,117
13	12	8	1,014	1,012	1,011	0,868	1,16
13	12	9	1,057	1,054	1,052	0,906	1,209
13	12	10	1,104	1,101	1,098	0,948	1,265
13	12	11	1,159	1,155	1,152	0,993	1,334
13	12	12	1,23	1,226	1,221	1,047	1,435
13	12	13	1,35	1,343	1,332	1,118	1,633
13	16	1	0,7	0,694	0,699	0,508	0,856
13	16	2	0,779	0,775	0,777	0,63	0,911
13	16	3	0,83	0,828	0,828	0,696	0,956
13	16	4	0,873	0,87	0,871	0,746	0,992
13	16	5	0,91	0,908	0,907	0,787	1,029
13	16	6	0,946	0,944	0,942	0,826	1,064
13	16	7	0,98	0,978	0,977	0,86	1,1
13	16	8	1,015	1,013	1,011	0,894	1,138
13	16	9	1,051	1,049	1,047	0,926	1,179
13	16	10	1,091	1,089	1,087	0,96	1,229
13	16	11	1,139	1,137	1,135	0,999	1,288
13	16	12	1,201	1,198	1,194	1,045	1,375

Ns	Nr	i	QM	Mean	Med	c2,5%	c97,5%
13	16	13	1,302	1,297	1,289	1,105	1,543
13	20	1	0,732	0,728	0,732	0,561	0,873
13	20	2	0,804	0,801	0,803	0,668	0,924
13	20	3	0,851	0,849	0,849	0,731	0,965
13	20	4	0,888	0,887	0,887	0,777	0,996
13	20	5	0,922	0,92	0,92	0,812	1,029
13	20	6	0,953	0,951	0,951	0,847	1,059
13	20	7	0,983	0,982	0,981	0,877	1,089
13	20	8	1,015	1,013	1,012	0,907	1,126
13	20	9	1,048	1,046	1,044	0,938	1,166
13	20	10	1,084	1,082	1,081	0,969	1,206
13	20	11	1,126	1,124	1,121	1,002	1,258
13	20	12	1,18	1,178	1,174	1,043	1,334
13	20	13	1,27	1,266	1,258	1,094	1,484
13	25	1	0,761	0,758	0,761	0,6	0,89
13	25	2	0,827	0,824	0,826	0,705	0,936
13	25	3	0,869	0,867	0,868	0,759	0,968
13	25	4	0,902	0,901	0,901	0,8	0,998
13	25	5	0,932	0,931	0,931	0,834	1,027
13	25	6	0,96	0,959	0,959	0,862	1,055
13	25	7	0,987	0,986	0,986	0,891	1,083
13	25	8	1,015	1,013	1,012	0,917	1,113
13	25	9	1,044	1,042	1,041	0,943	1,147
13	25	10	1,075	1,074	1,073	0,972	1,186
13	25	11	1,112	1,11	1,108	1,002	1,233
13	25	12	1,159	1,157	1,154	1,038	1,3
13	25	13	1,238	1,235	1,228	1,084	1,43
14	2	1	0,116	0,084	0,061	0,002	0,293
14	2	2	0,202	0,169	0,147	0,022	0,437
14	2	3	0,288	0,256	0,237	0,059	0,566
14	2	4	0,377	0,345	0,327	0,105	0,685
14	2	5	0,468	0,437	0,421	0,161	0,805
14	2	6	0,565	0,534	0,518	0,224	0,931
14	2	7	0,666	0,636	0,622	0,293	1,062
14	2	8	0,775	0,745	0,731	0,371	1,202
14	2	9	0,895	0,865	0,851	0,457	1,351
14	2	10	1,029	0,998	0,984	0,554	1,524
14	2	11	1,184	1,152	1,136	0,662	1,726
14	2	12	1,375	1,341	1,323	0,796	1,989
14	2	13	1,633	1,593	1,567	0,959	2,369
14	2	14	2,081	2,023	1,974	1,202	3,123
14	3	1	0,267	0,237	0,222	0,043	0,515
14	3	2	0,385	0,362	0,352	0,135	0,642
14	3	3	0,481	0,461	0,453	0,219	0,745
14	3	4	0,568	0,55	0,544	0,297	0,842

Ns	Nr	i	QM	Mean	Med	c2,5%	c97,5%
14	3	5	0,65	0,634	0,628	0,371	0,932
14	3	6	0,73	0,714	0,709	0,442	1,022
14	3	7	0,811	0,796	0,79	0,512	1,112
14	3	8	0,894	0,88	0,874	0,583	1,209
14	3	9	0,984	0,969	0,962	0,659	1,315
14	3	10	1,08	1,065	1,057	0,737	1,431
14	3	11	1,19	1,175	1,166	0,821	1,575
14	3	12	1,322	1,305	1,295	0,922	1,751
14	3	13	1,498	1,478	1,463	1,041	2,001
14	3	14	1,8	1,769	1,736	1,208	2,508
14	6	1	0,49	0,475	0,475	0,234	0,716
14	6	2	0,602	0,592	0,592	0,377	0,806
14	6	3	0,68	0,672	0,671	0,47	0,878
14	6	4	0,745	0,739	0,738	0,543	0,941
14	6	5	0,804	0,798	0,797	0,606	1,001
14	6	6	0,86	0,854	0,852	0,662	1,057
14	6	7	0,914	0,908	0,906	0,715	1,114
14	6	8	0,969	0,963	0,961	0,766	1,174
14	6	9	1,027	1,021	1,018	0,816	1,241
14	6	10	1,088	1,082	1,078	0,872	1,314
14	6	11	1,156	1,15	1,145	0,927	1,393
14	6	12	1,237	1,23	1,225	0,992	1,5
14	6	13	1,345	1,336	1,328	1,068	1,653
14	6	14	1,525	1,512	1,495	1,174	1,952
14	9	1	0,588	0,578	0,582	0,355	0,783
14	9	2	0,685	0,679	0,681	0,494	0,857
14	9	3	0,751	0,746	0,745	0,578	0,914
14	9	4	0,805	0,801	0,801	0,643	0,963
14	9	5	0,852	0,849	0,848	0,695	1,01
14	9	6	0,897	0,894	0,892	0,74	1,056
14	9	7	0,941	0,938	0,936	0,783	1,101
14	9	8	0,984	0,981	0,979	0,823	1,145
14	9	9	1,03	1,026	1,024	0,867	1,195
14	9	10	1,079	1,075	1,074	0,911	1,251
14	9	11	1,132	1,129	1,127	0,954	1,317
14	9	12	1,196	1,192	1,188	1,004	1,4
14	9	13	1,28	1,274	1,269	1,062	1,519
14	9	14	1,42	1,412	1,399	1,144	1,748
14	12	1	0,646	0,638	0,642	0,438	0,819
14	12	2	0,732	0,728	0,729	0,565	0,883
14	12	3	0,79	0,787	0,787	0,641	0,932
14	12	4	0,837	0,834	0,834	0,696	0,973
14	12	5	0,878	0,875	0,875	0,74	1,014
14	12	6	0,917	0,914	0,914	0,778	1,052
14	12	7	0,954	0,951	0,951	0,817	1,09

Ns	Nr	i	QM	Mean	Med	c2,5%	c97,5%
14	12	8	0,991	0,989	0,988	0,853	1,129
14	12	9	1,03	1,028	1,026	0,888	1,171
14	12	10	1,071	1,068	1,066	0,923	1,217
14	12	11	1,116	1,114	1,112	0,965	1,272
14	12	12	1,17	1,167	1,164	1,007	1,342
14	12	13	1,24	1,236	1,231	1,058	1,445
14	12	14	1,358	1,352	1,34	1,129	1,64
14	16	1	0,693	0,688	0,692	0,508	0,846
14	16	2	0,771	0,768	0,769	0,624	0,902
14	16	3	0,822	0,819	0,821	0,688	0,943
14	16	4	0,862	0,86	0,861	0,737	0,979
14	16	5	0,898	0,896	0,895	0,781	1,015
14	16	6	0,932	0,93	0,929	0,815	1,046
14	16	7	0,964	0,962	0,961	0,848	1,08
14	16	8	0,997	0,995	0,994	0,881	1,115
14	16	9	1,029	1,028	1,027	0,912	1,151
14	16	10	1,065	1,063	1,062	0,944	1,192
14	16	11	1,103	1,101	1,1	0,975	1,238
14	16	12	1,15	1,147	1,145	1,013	1,296
14	16	13	1,211	1,208	1,203	1,057	1,386
14	16	14	1,308	1,303	1,295	1,113	1,545
14	20	1	0,729	0,724	0,728	0,559	0,865
14	20	2	0,798	0,796	0,798	0,666	0,917
14	20	3	0,844	0,842	0,843	0,725	0,953
14	20	4	0,88	0,878	0,878	0,77	0,986
14	20	5	0,912	0,911	0,91	0,807	1,016
14	20	6	0,943	0,941	0,94	0,839	1,045
14	20	7	0,971	0,97	0,969	0,869	1,073
14	20	8	0,999	0,998	0,997	0,894	1,104
14	20	9	1,028	1,027	1,026	0,922	1,135
14	20	10	1,06	1,058	1,057	0,952	1,17
14	20	11	1,094	1,092	1,091	0,98	1,213
14	20	12	1,134	1,132	1,131	1,012	1,262
14	20	13	1,187	1,184	1,181	1,048	1,341
14	20	14	1,274	1,27	1,26	1,104	1,489
14	25	1	0,756	0,752	0,756	0,603	0,88
14	25	2	0,82	0,818	0,819	0,7	0,926
14	25	3	0,861	0,86	0,861	0,756	0,959
14	25	4	0,894	0,893	0,893	0,795	0,988
14	25	5	0,923	0,922	0,922	0,827	1,015
14	25	6	0,949	0,948	0,948	0,856	1,042
14	25	7	0,975	0,974	0,974	0,881	1,067
14	25	8	1,001	1	0,999	0,907	1,094
14	25	9	1,027	1,026	1,025	0,934	1,125
14	25	10	1,054	1,053	1,051	0,958	1,153

Ns	Nr	i	QM	Mean	Med	c2,5%	c97,5%
14	25	11	1,084	1,083	1,082	0,985	1,187
14	25	12	1,121	1,119	1,118	1,016	1,236
14	25	13	1,167	1,165	1,163	1,048	1,302
14	25	14	1,244	1,241	1,233	1,093	1,43
15	2	1	0,108	0,078	0,056	0,002	0,274
15	2	2	0,189	0,158	0,137	0,021	0,412
15	2	3	0,269	0,239	0,22	0,055	0,53
15	2	4	0,351	0,322	0,304	0,098	0,642
15	2	5	0,436	0,407	0,391	0,149	0,755
15	2	6	0,524	0,495	0,481	0,206	0,867
15	2	7	0,617	0,589	0,575	0,27	0,984
15	2	8	0,715	0,687	0,673	0,34	1,108
15	2	9	0,821	0,793	0,781	0,418	1,243
15	2	10	0,937	0,909	0,896	0,501	1,394
15	2	11	1,069	1,04	1,027	0,597	1,561
15	2	12	1,222	1,192	1,178	0,706	1,763
15	2	13	1,409	1,376	1,358	0,832	2,018
15	2	14	1,664	1,625	1,602	0,996	2,395
15	2	15	2,11	2,052	2,005	1,23	3,147
15	3	1	0,257	0,228	0,214	0,041	0,495
15	3	2	0,371	0,349	0,34	0,129	0,62
15	3	3	0,463	0,444	0,437	0,211	0,721
15	3	4	0,546	0,529	0,523	0,285	0,811
15	3	5	0,624	0,608	0,602	0,354	0,896
15	3	6	0,7	0,685	0,679	0,422	0,979
15	3	7	0,775	0,761	0,755	0,488	1,066
15	3	8	0,852	0,838	0,833	0,557	1,152
15	3	9	0,932	0,918	0,913	0,625	1,243
15	3	10	1,017	1,003	0,997	0,696	1,345
15	3	11	1,111	1,097	1,09	0,772	1,461
15	3	12	1,218	1,204	1,195	0,859	1,596
15	3	13	1,348	1,332	1,321	0,953	1,768
15	3	14	1,523	1,503	1,487	1,068	2,024
15	3	15	1,823	1,793	1,762	1,237	2,524
15	6	1	0,481	0,466	0,467	0,229	0,701
15	6	2	0,591	0,581	0,58	0,374	0,789
15	6	3	0,666	0,658	0,658	0,463	0,856
15	6	4	0,729	0,723	0,722	0,534	0,917
15	6	5	0,785	0,779	0,779	0,593	0,973
15	6	6	0,838	0,833	0,83	0,647	1,027
15	6	7	0,889	0,884	0,882	0,697	1,08
15	6	8	0,941	0,935	0,934	0,746	1,135
15	6	9	0,992	0,987	0,985	0,793	1,193
15	6	10	1,047	1,041	1,039	0,843	1,255
15	6	11	1,105	1,1	1,097	0,895	1,325

Ns	Nr	i	QM	Mean	Med	c2,5%	c97,5%
15	6	12	1,172	1,166	1,162	0,949	1,408
15	6	13	1,251	1,244	1,238	1,01	1,509
15	6	14	1,357	1,348	1,34	1,084	1,663
15	6	15	1,536	1,523	1,506	1,183	1,959
15	9	1	0,582	0,572	0,575	0,355	0,77
15	9	2	0,677	0,671	0,672	0,491	0,846
15	9	3	0,741	0,736	0,736	0,57	0,902
15	9	4	0,793	0,789	0,789	0,633	0,949
15	9	5	0,839	0,835	0,834	0,683	0,991
15	9	6	0,882	0,878	0,877	0,728	1,032
15	9	7	0,923	0,919	0,918	0,769	1,075
15	9	8	0,963	0,96	0,959	0,809	1,117
15	9	9	1,005	1,002	1,001	0,849	1,162
15	9	10	1,048	1,044	1,043	0,888	1,211
15	9	11	1,094	1,09	1,089	0,928	1,266
15	9	12	1,146	1,142	1,141	0,969	1,329
15	9	13	1,208	1,204	1,2	1,017	1,413
15	9	14	1,29	1,285	1,279	1,077	1,529
15	9	15	1,428	1,42	1,406	1,156	1,757
15	12	1	0,64	0,632	0,637	0,433	0,81
15	12	2	0,725	0,72	0,722	0,556	0,872
15	12	3	0,781	0,778	0,778	0,63	0,921
15	12	4	0,826	0,823	0,824	0,685	0,959
15	12	5	0,866	0,864	0,863	0,731	0,996
15	12	6	0,904	0,901	0,9	0,771	1,034
15	12	7	0,939	0,936	0,936	0,807	1,068
15	12	8	0,973	0,971	0,97	0,84	1,106
15	12	9	1,009	1,006	1,005	0,875	1,143
15	12	10	1,046	1,043	1,042	0,907	1,185
15	12	11	1,085	1,082	1,081	0,941	1,232
15	12	12	1,13	1,127	1,125	0,978	1,286
15	12	13	1,182	1,179	1,176	1,023	1,358
15	12	14	1,251	1,247	1,241	1,073	1,452
15	12	15	1,368	1,362	1,35	1,144	1,65
15	16	1	0,689	0,683	0,687	0,503	0,84
15	16	2	0,766	0,762	0,765	0,618	0,892
15	16	3	0,815	0,812	0,814	0,684	0,934
15	16	4	0,854	0,852	0,853	0,732	0,969
15	16	5	0,889	0,887	0,887	0,771	1,001
15	16	6	0,92	0,919	0,918	0,808	1,034
15	16	7	0,95	0,949	0,948	0,838	1,064
15	16	8	0,981	0,979	0,979	0,869	1,096
15	16	9	1,011	1,009	1,008	0,899	1,126
15	16	10	1,042	1,041	1,039	0,927	1,163
15	16	11	1,076	1,074	1,073	0,955	1,201

Ns	Nr	i	QM	Mean	Med	c2,5%	c97,5%
15	16	12	1,114	1,112	1,109	0,989	1,247
15	16	13	1,158	1,156	1,153	1,025	1,306
15	16	14	1,218	1,215	1,21	1,068	1,386
15	16	15	1,315	1,31	1,301	1,123	1,551
15	20	1	0,723	0,718	0,723	0,552	0,858
15	20	2	0,791	0,788	0,79	0,662	0,908
15	20	3	0,835	0,833	0,836	0,717	0,942
15	20	4	0,87	0,869	0,87	0,76	0,971
15	20	5	0,902	0,9	0,9	0,798	1,001
15	20	6	0,93	0,929	0,929	0,828	1,029
15	20	7	0,957	0,956	0,956	0,856	1,057
15	20	8	0,984	0,983	0,982	0,884	1,084
15	20	9	1,011	1,009	1,008	0,909	1,113
15	20	10	1,038	1,037	1,036	0,934	1,142
15	20	11	1,069	1,067	1,066	0,96	1,178
15	20	12	1,102	1,101	1,099	0,989	1,22
15	20	13	1,142	1,141	1,138	1,02	1,277
15	20	14	1,194	1,192	1,187	1,061	1,345
15	20	15	1,281	1,277	1,269	1,11	1,491
16	2	1	0,102	0,074	0,053	0,002	0,261
16	2	2	0,178	0,149	0,129	0,019	0,387
16	2	3	0,254	0,225	0,207	0,051	0,502
16	2	4	0,331	0,302	0,286	0,091	0,606
16	2	5	0,41	0,382	0,367	0,138	0,711
16	2	6	0,491	0,464	0,45	0,191	0,817
16	2	7	0,576	0,55	0,536	0,25	0,924
16	2	8	0,666	0,64	0,627	0,315	1,037
16	2	9	0,762	0,736	0,724	0,383	1,157
16	2	10	0,866	0,839	0,827	0,459	1,289
16	2	11	0,98	0,953	0,94	0,543	1,436
16	2	12	1,108	1,08	1,067	0,636	1,602
16	2	13	1,258	1,229	1,214	0,744	1,799
16	2	14	1,442	1,41	1,393	0,868	2,05
16	2	15	1,694	1,656	1,631	1,029	2,421
16	2	16	2,132	2,077	2,031	1,264	3,156
16	3	1	0,25	0,221	0,208	0,039	0,478
16	3	2	0,359	0,337	0,329	0,125	0,597
16	3	3	0,447	0,429	0,423	0,203	0,695
16	3	4	0,527	0,511	0,505	0,275	0,781
16	3	5	0,601	0,586	0,58	0,341	0,862
16	3	6	0,672	0,658	0,652	0,406	0,94
16	3	7	0,743	0,729	0,725	0,468	1,017
16	3	8	0,814	0,801	0,796	0,532	1,096
16	3	9	0,887	0,875	0,87	0,596	1,182
16	3	10	0,964	0,952	0,946	0,662	1,271

Ns	Nr	i	QM	Mean	Med	c2,5%	c97,5%
16	3	11	1,047	1,034	1,028	0,73	1,371
16	3	12	1,139	1,126	1,119	0,803	1,485
16	3	13	1,244	1,23	1,221	0,885	1,616
16	3	14	1,372	1,356	1,346	0,977	1,791
16	3	15	1,543	1,524	1,509	1,095	2,04
16	3	16	1,84	1,81	1,778	1,259	2,534
16	6	1	0,474	0,459	0,46	0,228	0,692
16	6	2	0,581	0,571	0,571	0,366	0,778
16	6	3	0,654	0,647	0,646	0,454	0,845
16	6	4	0,715	0,708	0,707	0,522	0,899
16	6	5	0,769	0,763	0,762	0,578	0,952
16	6	6	0,819	0,814	0,813	0,632	1,001
16	6	7	0,868	0,863	0,862	0,679	1,052
16	6	8	0,915	0,91	0,909	0,728	1,103
16	6	9	0,964	0,959	0,957	0,775	1,155
16	6	10	1,013	1,008	1,006	0,819	1,211
16	6	11	1,066	1,061	1,059	0,865	1,269
16	6	12	1,123	1,118	1,116	0,913	1,336
16	6	13	1,189	1,183	1,179	0,967	1,419
16	6	14	1,266	1,26	1,255	1,028	1,522
16	6	15	1,37	1,362	1,354	1,097	1,67
16	6	16	1,546	1,533	1,516	1,199	1,973
16	9	1	0,575	0,565	0,568	0,348	0,764
16	9	2	0,668	0,662	0,663	0,484	0,833
16	9	3	0,731	0,726	0,726	0,564	0,886
16	9	4	0,782	0,778	0,778	0,625	0,932
16	9	5	0,826	0,822	0,822	0,673	0,972
16	9	6	0,867	0,863	0,863	0,716	1,012
16	9	7	0,905	0,902	0,902	0,756	1,05
16	9	8	0,943	0,94	0,939	0,796	1,09
16	9	9	0,982	0,979	0,978	0,83	1,131
16	9	10	1,021	1,018	1,015	0,866	1,175
16	9	11	1,062	1,059	1,057	0,904	1,221
16	9	12	1,107	1,104	1,102	0,943	1,275
16	9	13	1,157	1,154	1,151	0,983	1,339
16	9	14	1,218	1,214	1,21	1,029	1,414
16	9	15	1,298	1,293	1,287	1,088	1,532
16	9	16	1,435	1,427	1,413	1,17	1,767
16	12	1	0,634	0,627	0,632	0,427	0,799
16	12	2	0,717	0,713	0,715	0,552	0,859
16	12	3	0,772	0,769	0,769	0,627	0,905
16	12	4	0,816	0,813	0,814	0,678	0,946
16	12	5	0,855	0,852	0,852	0,723	0,982
16	12	6	0,89	0,888	0,887	0,762	1,018
16	12	7	0,924	0,922	0,921	0,797	1,05

Ns	Nr	i	QM	Mean	Med	c2,5%	c97,5%
16	12	8	0,956	0,954	0,953	0,828	1,085
16	12	9	0,989	0,986	0,985	0,861	1,118
16	12	10	1,022	1,02	1,018	0,893	1,157
16	12	11	1,057	1,055	1,054	0,925	1,197
16	12	12	1,096	1,093	1,092	0,958	1,24
16	12	13	1,139	1,136	1,133	0,993	1,296
16	12	14	1,19	1,187	1,183	1,034	1,361
16	12	15	1,258	1,254	1,248	1,083	1,459
16	12	16	1,374	1,368	1,357	1,152	1,649
16	16	1	0,684	0,679	0,682	0,502	0,832
16	16	2	0,759	0,756	0,757	0,613	0,887
16	16	3	0,807	0,805	0,806	0,679	0,923
16	16	4	0,846	0,844	0,845	0,727	0,96
16	16	5	0,879	0,877	0,877	0,764	0,989
16	16	6	0,909	0,908	0,907	0,797	1,017
16	16	7	0,938	0,937	0,937	0,829	1,047
16	16	8	0,967	0,965	0,965	0,856	1,075
16	16	9	0,995	0,994	0,993	0,883	1,106
16	16	10	1,024	1,023	1,021	0,913	1,138
16	16	11	1,054	1,052	1,052	0,941	1,169
16	16	12	1,087	1,085	1,084	0,971	1,204
16	16	13	1,124	1,122	1,121	1,001	1,25
16	16	14	1,167	1,165	1,164	1,036	1,306
16	16	15	1,225	1,223	1,219	1,075	1,391
16	16	16	1,323	1,318	1,308	1,131	1,556
16	20	1	0,718	0,714	0,719	0,552	0,854
16	20	2	0,786	0,784	0,786	0,658	0,9
16	20	3	0,83	0,828	0,829	0,717	0,934
16	20	4	0,864	0,863	0,862	0,761	0,964
16	20	5	0,894	0,893	0,892	0,796	0,992
16	20	6	0,921	0,92	0,92	0,823	1,018
16	20	7	0,947	0,946	0,946	0,848	1,045
16	20	8	0,972	0,971	0,971	0,873	1,069
16	20	9	0,997	0,996	0,995	0,9	1,095
16	20	10	1,023	1,022	1,021	0,924	1,123
16	20	11	1,049	1,048	1,047	0,947	1,154
16	20	12	1,078	1,077	1,076	0,973	1,187
16	20	13	1,111	1,109	1,108	1,001	1,228
16	20	14	1,15	1,148	1,145	1,034	1,278
16	20	15	1,2	1,198	1,194	1,068	1,347
16	20	16	1,284	1,281	1,273	1,119	1,482
17	2	1	0,097	0,07	0,05	0,002	0,248
17	2	2	0,168	0,14	0,121	0,018	0,37
17	2	3	0,239	0,212	0,194	0,047	0,473
17	2	4	0,312	0,285	0,269	0,085	0,573

Ns	Nr	i	QM	Mean	Med	c2,5%	c97,5%
17	2	5	0,386	0,359	0,344	0,13	0,673
17	2	6	0,462	0,436	0,422	0,179	0,771
17	2	7	0,541	0,516	0,503	0,232	0,872
17	2	8	0,624	0,599	0,586	0,292	0,976
17	2	9	0,711	0,686	0,674	0,355	1,085
17	2	10	0,805	0,78	0,768	0,425	1,203
17	2	11	0,906	0,881	0,869	0,499	1,327
17	2	12	1,018	0,992	0,98	0,585	1,469
17	2	13	1,144	1,117	1,104	0,677	1,632
17	2	14	1,291	1,263	1,249	0,781	1,828
17	2	15	1,474	1,443	1,425	0,909	2,076
17	2	16	1,722	1,686	1,662	1,066	2,443
17	2	17	2,154	2,1	2,05	1,297	3,165
17	3	1	0,243	0,216	0,203	0,039	0,468
17	3	2	0,349	0,328	0,32	0,122	0,582
17	3	3	0,434	0,416	0,41	0,197	0,673
17	3	4	0,51	0,494	0,488	0,265	0,756
17	3	5	0,581	0,566	0,561	0,331	0,832
17	3	6	0,648	0,634	0,629	0,393	0,906
17	3	7	0,714	0,702	0,697	0,452	0,977
17	3	8	0,782	0,77	0,765	0,511	1,055
17	3	9	0,85	0,838	0,833	0,571	1,132
17	3	10	0,92	0,908	0,904	0,63	1,21
17	3	11	0,995	0,983	0,977	0,694	1,301
17	3	12	1,075	1,063	1,057	0,761	1,394
17	3	13	1,164	1,151	1,145	0,834	1,505
17	3	14	1,268	1,254	1,245	0,913	1,638
17	3	15	1,392	1,377	1,367	1,005	1,807
17	3	16	1,562	1,543	1,529	1,117	2,056
17	3	17	1,855	1,826	1,796	1,279	2,551
17	6	1	0,468	0,453	0,453	0,225	0,681
17	6	2	0,571	0,562	0,562	0,362	0,763
17	6	3	0,644	0,636	0,636	0,449	0,825
17	6	4	0,703	0,696	0,696	0,514	0,883
17	6	5	0,755	0,749	0,749	0,57	0,93
17	6	6	0,803	0,798	0,797	0,622	0,979
17	6	7	0,849	0,844	0,843	0,667	1,025
17	6	8	0,894	0,89	0,889	0,712	1,071
17	6	9	0,939	0,935	0,933	0,757	1,122
17	6	10	0,985	0,981	0,979	0,798	1,172
17	6	11	1,033	1,029	1,026	0,842	1,23
17	6	12	1,084	1,079	1,076	0,886	1,286
17	6	13	1,139	1,134	1,131	0,933	1,353
17	6	14	1,202	1,197	1,193	0,985	1,435
17	6	15	1,279	1,273	1,265	1,044	1,535

Ns	Nr	i	QM	Mean	Med	c2,5%	c97,5%
17	6	16	1,38	1,373	1,365	1,116	1,682
17	6	17	1,555	1,543	1,524	1,217	1,98
17	9	1	0,569	0,56	0,564	0,348	0,752
17	9	2	0,661	0,655	0,656	0,483	0,822
17	9	3	0,721	0,717	0,717	0,558	0,873
17	9	4	0,77	0,767	0,767	0,615	0,918
17	9	5	0,813	0,81	0,81	0,665	0,957
17	9	6	0,853	0,85	0,849	0,706	0,996
17	9	7	0,889	0,886	0,886	0,744	1,032
17	9	8	0,925	0,922	0,922	0,779	1,069
17	9	9	0,961	0,958	0,957	0,814	1,106
17	9	10	0,997	0,994	0,993	0,849	1,148
17	9	11	1,035	1,032	1,03	0,884	1,188
17	9	12	1,075	1,072	1,07	0,921	1,232
17	9	13	1,119	1,116	1,113	0,957	1,285
17	9	14	1,168	1,165	1,162	0,998	1,348
17	9	15	1,228	1,224	1,22	1,046	1,426
17	9	16	1,307	1,303	1,296	1,103	1,543
17	9	17	1,443	1,435	1,421	1,18	1,769
17	12	1	0,629	0,622	0,627	0,429	0,792
17	12	2	0,71	0,706	0,708	0,552	0,852
17	12	3	0,764	0,761	0,762	0,622	0,895
17	12	4	0,807	0,804	0,804	0,671	0,934
17	12	5	0,844	0,841	0,841	0,714	0,969
17	12	6	0,878	0,875	0,875	0,752	1,003
17	12	7	0,91	0,908	0,907	0,784	1,035
17	12	8	0,941	0,939	0,938	0,817	1,065
17	12	9	0,972	0,97	0,97	0,849	1,096
17	12	10	1,003	1,001	1	0,879	1,129
17	12	11	1,035	1,033	1,031	0,908	1,166
17	12	12	1,069	1,067	1,065	0,938	1,205
17	12	13	1,106	1,104	1,102	0,971	1,251
17	12	14	1,148	1,146	1,144	1,007	1,302
17	12	15	1,199	1,196	1,193	1,044	1,371
17	12	16	1,265	1,262	1,255	1,094	1,459
17	12	17	1,379	1,373	1,362	1,156	1,653
17	16	1	0,68	0,675	0,679	0,502	0,826
17	16	2	0,753	0,75	0,752	0,614	0,877
17	16	3	0,801	0,798	0,8	0,678	0,916
17	16	4	0,838	0,836	0,836	0,726	0,948
17	16	5	0,87	0,868	0,869	0,758	0,977
17	16	6	0,9	0,898	0,898	0,789	1,004
17	16	7	0,927	0,925	0,925	0,818	1,031
17	16	8	0,954	0,952	0,952	0,847	1,057
17	16	9	0,98	0,979	0,979	0,874	1,084

Ns	Nr	i	QM	Mean	Med	c2,5%	c97,5%
17	16	10	1,007	1,005	1,005	0,897	1,112
17	16	11	1,034	1,032	1,032	0,924	1,142
17	16	12	1,063	1,061	1,062	0,953	1,175
17	16	13	1,094	1,093	1,092	0,977	1,212
17	16	14	1,13	1,128	1,127	1,009	1,258
17	16	15	1,173	1,171	1,169	1,042	1,314
17	16	16	1,231	1,228	1,224	1,081	1,402
17	16	17	1,325	1,321	1,312	1,137	1,559
17	20	1	0,715	0,711	0,715	0,553	0,846
17	20	2	0,781	0,779	0,78	0,654	0,894
17	20	3	0,824	0,822	0,822	0,709	0,928
17	20	4	0,857	0,855	0,856	0,751	0,956
17	20	5	0,886	0,885	0,885	0,786	0,982
17	20	6	0,912	0,911	0,911	0,817	1,008
17	20	7	0,937	0,936	0,936	0,841	1,031
17	20	8	0,961	0,96	0,96	0,865	1,055
17	20	9	0,984	0,983	0,983	0,89	1,08
17	20	10	1,008	1,007	1,006	0,913	1,106
17	20	11	1,032	1,031	1,031	0,935	1,133
17	20	12	1,058	1,057	1,055	0,959	1,164
17	20	13	1,086	1,085	1,083	0,983	1,196
17	20	14	1,118	1,117	1,114	1,01	1,236
17	20	15	1,157	1,155	1,152	1,042	1,287
17	20	16	1,207	1,205	1,2	1,074	1,356
17	20	17	1,291	1,288	1,28	1,126	1,493
18	2	1	0,092	0,066	0,047	0,002	0,235
18	2	2	0,16	0,133	0,115	0,017	0,349
18	2	3	0,227	0,201	0,185	0,045	0,45
18	2	4	0,295	0,269	0,254	0,08	0,544
18	2	5	0,365	0,339	0,325	0,121	0,636
18	2	6	0,436	0,411	0,398	0,168	0,729
18	2	7	0,51	0,486	0,473	0,22	0,821
18	2	8	0,587	0,563	0,551	0,274	0,918
18	2	9	0,668	0,644	0,633	0,333	1,02
18	2	10	0,753	0,73	0,719	0,395	1,124
18	2	11	0,845	0,821	0,811	0,465	1,239
18	2	12	0,945	0,921	0,909	0,54	1,364
18	2	13	1,054	1,029	1,018	0,623	1,501
18	2	14	1,178	1,153	1,141	0,713	1,66
18	2	15	1,324	1,297	1,283	0,818	1,854
18	2	16	1,502	1,473	1,456	0,943	2,099
18	2	17	1,748	1,713	1,688	1,095	2,464
18	2	18	2,179	2,126	2,08	1,328	3,188
18	3	1	0,235	0,208	0,196	0,038	0,453
18	3	2	0,337	0,317	0,308	0,117	0,565

Ns	Nr	i	QM	Mean	Med	c2,5%	c97,5%
18	3	3	0,42	0,402	0,395	0,19	0,655
18	3	4	0,493	0,477	0,471	0,257	0,731
18	3	5	0,56	0,546	0,541	0,318	0,803
18	3	6	0,625	0,612	0,608	0,378	0,873
18	3	7	0,688	0,676	0,672	0,437	0,943
18	3	8	0,751	0,74	0,735	0,491	1,012
18	3	9	0,815	0,804	0,8	0,548	1,084
18	3	10	0,881	0,87	0,865	0,605	1,159
18	3	11	0,949	0,938	0,933	0,666	1,238
18	3	12	1,022	1,01	1,005	0,727	1,323
18	3	13	1,1	1,088	1,083	0,792	1,415
18	3	14	1,187	1,175	1,168	0,864	1,528
18	3	15	1,289	1,276	1,267	0,941	1,657
18	3	16	1,412	1,398	1,387	1,03	1,828
18	3	17	1,58	1,562	1,547	1,14	2,073
18	3	18	1,872	1,844	1,811	1,301	2,567
18	6	1	0,462	0,447	0,448	0,22	0,669
18	6	2	0,564	0,555	0,556	0,357	0,752
18	6	3	0,635	0,628	0,627	0,442	0,813
18	6	4	0,692	0,686	0,685	0,508	0,867
18	6	5	0,743	0,738	0,738	0,565	0,913
18	6	6	0,789	0,784	0,783	0,612	0,96
18	6	7	0,833	0,828	0,827	0,657	1,007
18	6	8	0,876	0,872	0,87	0,7	1,052
18	6	9	0,919	0,914	0,912	0,742	1,1
18	6	10	0,961	0,957	0,954	0,785	1,143
18	6	11	1,005	1,001	0,997	0,826	1,192
18	6	12	1,051	1,047	1,044	0,865	1,244
18	6	13	1,1	1,096	1,093	0,907	1,302
18	6	14	1,154	1,15	1,147	0,953	1,367
18	6	15	1,217	1,212	1,208	1,002	1,445
18	6	16	1,292	1,286	1,281	1,062	1,545
18	6	17	1,394	1,386	1,377	1,132	1,697
18	6	18	1,567	1,555	1,536	1,226	1,985
18	9	1	0,564	0,554	0,558	0,345	0,746
18	9	2	0,654	0,648	0,65	0,475	0,813
18	9	3	0,714	0,709	0,71	0,554	0,862
18	9	4	0,762	0,758	0,758	0,61	0,904
18	9	5	0,803	0,8	0,8	0,657	0,943
18	9	6	0,841	0,837	0,837	0,696	0,98
18	9	7	0,876	0,873	0,872	0,732	1,013
18	9	8	0,911	0,908	0,907	0,767	1,051
18	9	9	0,945	0,942	0,941	0,803	1,087
18	9	10	0,979	0,976	0,975	0,835	1,123
18	9	11	1,014	1,011	1,01	0,869	1,158

Ns	Nr	i	QM	Mean	Med	c2,5%	c97,5%
18	9	12	1,051	1,048	1,046	0,903	1,2
18	9	13	1,09	1,087	1,085	0,938	1,244
18	9	14	1,132	1,129	1,128	0,975	1,294
18	9	15	1,181	1,178	1,174	1,015	1,356
18	9	16	1,239	1,236	1,232	1,058	1,437
18	9	17	1,317	1,313	1,306	1,112	1,55
18	9	18	1,45	1,442	1,429	1,192	1,777
18	12	1	0,625	0,618	0,622	0,422	0,787
18	12	2	0,706	0,702	0,704	0,55	0,844
18	12	3	0,758	0,755	0,754	0,62	0,887
18	12	4	0,8	0,798	0,797	0,668	0,924
18	12	5	0,836	0,834	0,834	0,709	0,956
18	12	6	0,869	0,867	0,867	0,747	0,99
18	12	7	0,9	0,898	0,898	0,78	1,019
18	12	8	0,929	0,927	0,927	0,809	1,048
18	12	9	0,959	0,957	0,956	0,838	1,079
18	12	10	0,988	0,986	0,985	0,865	1,109
18	12	11	1,017	1,015	1,015	0,893	1,141
18	12	12	1,048	1,046	1,045	0,923	1,174
18	12	13	1,081	1,079	1,078	0,953	1,212
18	12	14	1,117	1,115	1,113	0,984	1,259
18	12	15	1,159	1,156	1,153	1,017	1,308
18	12	16	1,208	1,205	1,202	1,056	1,37
18	12	17	1,273	1,27	1,265	1,101	1,464
18	12	18	1,385	1,379	1,37	1,168	1,652
18	16	1	0,675	0,67	0,674	0,495	0,82
18	16	2	0,747	0,744	0,745	0,604	0,87
18	16	3	0,793	0,791	0,793	0,67	0,908
18	16	4	0,83	0,828	0,83	0,712	0,939
18	16	5	0,862	0,86	0,861	0,75	0,968
18	16	6	0,89	0,888	0,889	0,785	0,993
18	16	7	0,917	0,915	0,915	0,812	1,019
18	16	8	0,942	0,941	0,94	0,839	1,044
18	16	9	0,967	0,966	0,966	0,865	1,067
18	16	10	0,992	0,991	0,99	0,888	1,096
18	16	11	1,018	1,016	1,016	0,911	1,123
18	16	12	1,044	1,043	1,043	0,936	1,154
18	16	13	1,072	1,071	1,07	0,961	1,186
18	16	14	1,104	1,102	1,101	0,989	1,224
18	16	15	1,139	1,137	1,135	1,018	1,266
18	16	16	1,18	1,178	1,175	1,051	1,321
18	16	17	1,237	1,234	1,229	1,09	1,406
18	16	18	1,331	1,327	1,317	1,144	1,565
18	20	1	0,71	0,706	0,71	0,547	0,84
18	20	2	0,776	0,774	0,776	0,651	0,885



Ns	Nr	i	QM	Mean	Med	c2,5%	c97,5%
18	20	3	0,818	0,816	0,816	0,709	0,918
18	20	4	0,85	0,849	0,849	0,75	0,947
18	20	5	0,878	0,877	0,877	0,78	0,974
18	20	6	0,903	0,902	0,902	0,807	0,997
18	20	7	0,927	0,926	0,926	0,834	1,02
18	20	8	0,95	0,949	0,948	0,857	1,042
18	20	9	0,972	0,97	0,97	0,879	1,062
18	20	10	0,994	0,993	0,993	0,901	1,088
18	20	11	1,017	1,016	1,016	0,923	1,113
18	20	12	1,041	1,04	1,039	0,945	1,139
18	20	13	1,066	1,065	1,063	0,967	1,168
18	20	14	1,094	1,092	1,091	0,992	1,2
18	20	15	1,125	1,123	1,121	1,019	1,239
18	20	16	1,162	1,16	1,158	1,047	1,287
18	20	17	1,212	1,209	1,205	1,082	1,362
18	20	18	1,294	1,291	1,283	1,132	1,499
19	2	1	0,088	0,063	0,045	0,002	0,224
19	2	2	0,152	0,127	0,11	0,017	0,335
19	2	3	0,216	0,191	0,175	0,043	0,43
19	2	4	0,281	0,256	0,241	0,077	0,522
19	2	5	0,346	0,322	0,308	0,115	0,607
19	2	6	0,414	0,39	0,376	0,158	0,695
19	2	7	0,483	0,459	0,447	0,206	0,782
19	2	8	0,554	0,531	0,52	0,257	0,871
19	2	9	0,629	0,607	0,595	0,313	0,963
19	2	10	0,708	0,685	0,675	0,372	1,063
19	2	11	0,791	0,769	0,758	0,433	1,164
19	2	12	0,881	0,858	0,848	0,502	1,272
19	2	13	0,978	0,955	0,944	0,576	1,398
19	2	14	1,086	1,063	1,052	0,657	1,531
19	2	15	1,208	1,184	1,172	0,747	1,689
19	2	16	1,351	1,325	1,31	0,853	1,875
19	2	17	1,527	1,499	1,482	0,973	2,125
19	2	18	1,77	1,736	1,713	1,127	2,479
19	2	19	2,194	2,143	2,097	1,349	3,198
19	3	1	0,23	0,203	0,192	0,036	0,44
19	3	2	0,329	0,309	0,3	0,114	0,547
19	3	3	0,408	0,392	0,386	0,184	0,634
19	3	4	0,479	0,464	0,459	0,249	0,708
19	3	5	0,544	0,53	0,526	0,309	0,78
19	3	6	0,606	0,593	0,588	0,366	0,844
19	3	7	0,666	0,654	0,649	0,42	0,912
19	3	8	0,726	0,714	0,71	0,477	0,978
19	3	9	0,785	0,774	0,77	0,529	1,044
19	3	10	0,846	0,835	0,831	0,583	1,11

Ns	Nr	i	QM	Mean	Med	c2,5%	c97,5%
19	3	11	0,909	0,898	0,895	0,637	1,182
19	3	12	0,975	0,964	0,96	0,694	1,26
19	3	13	1,046	1,035	1,03	0,752	1,342
19	3	14	1,123	1,111	1,107	0,816	1,435
19	3	15	1,209	1,197	1,191	0,887	1,54
19	3	16	1,308	1,295	1,287	0,962	1,671
19	3	17	1,43	1,416	1,406	1,052	1,836
19	3	18	1,596	1,578	1,563	1,163	2,086
19	3	19	1,883	1,856	1,824	1,318	2,573
19	6	1	0,456	0,442	0,443	0,216	0,659
19	6	2	0,556	0,547	0,547	0,353	0,741
19	6	3	0,625	0,618	0,617	0,437	0,797
19	6	4	0,681	0,675	0,674	0,504	0,851
19	6	5	0,73	0,724	0,723	0,558	0,895
19	6	6	0,774	0,77	0,768	0,605	0,94
19	6	7	0,817	0,813	0,812	0,648	0,984
19	6	8	0,858	0,854	0,853	0,687	1,025
19	6	9	0,898	0,894	0,893	0,727	1,067
19	6	10	0,939	0,934	0,933	0,767	1,111
19	6	11	0,98	0,975	0,974	0,805	1,157
19	6	12	1,022	1,018	1,016	0,844	1,204
19	6	13	1,067	1,062	1,061	0,884	1,256
19	6	14	1,114	1,11	1,108	0,925	1,311
19	6	15	1,168	1,163	1,16	0,97	1,374
19	6	16	1,228	1,223	1,22	1,017	1,449
19	6	17	1,303	1,297	1,292	1,073	1,55
19	6	18	1,402	1,395	1,387	1,142	1,697
19	6	19	1,574	1,563	1,544	1,24	1,993
19	9	1	0,558	0,549	0,553	0,342	0,737
19	9	2	0,648	0,642	0,644	0,472	0,803
19	9	3	0,706	0,702	0,702	0,546	0,85
19	9	4	0,753	0,749	0,749	0,604	0,892
19	9	5	0,793	0,79	0,79	0,65	0,93
19	9	6	0,83	0,827	0,827	0,69	0,966
19	9	7	0,865	0,862	0,861	0,727	1,001
19	9	8	0,898	0,895	0,895	0,761	1,033
19	9	9	0,93	0,927	0,926	0,793	1,066
19	9	10	0,962	0,959	0,958	0,825	1,099
19	9	11	0,995	0,992	0,991	0,856	1,134
19	9	12	1,028	1,026	1,025	0,887	1,172
19	9	13	1,064	1,061	1,06	0,919	1,211
19	9	14	1,102	1,099	1,097	0,951	1,255
19	9	15	1,143	1,141	1,138	0,986	1,306
19	9	16	1,191	1,188	1,185	1,024	1,366
19	9	17	1,248	1,245	1,241	1,068	1,443

Ns	Nr	i	QM	Mean	Med	c2,5%	c97,5%
19	9	18	1,326	1,321	1,315	1,123	1,553
19	9	19	1,459	1,451	1,436	1,201	1,781
19	12	1	0,619	0,612	0,616	0,419	0,781
19	12	2	0,7	0,696	0,698	0,546	0,836
19	12	3	0,752	0,749	0,75	0,612	0,876
19	12	4	0,793	0,79	0,79	0,664	0,914
19	12	5	0,828	0,825	0,826	0,702	0,946
19	12	6	0,859	0,857	0,857	0,74	0,975
19	12	7	0,889	0,887	0,886	0,772	1,005
19	12	8	0,917	0,915	0,915	0,801	1,033
19	12	9	0,945	0,943	0,942	0,829	1,062
19	12	10	0,972	0,971	0,97	0,857	1,091
19	12	11	1	0,998	0,997	0,884	1,119
19	12	12	1,029	1,027	1,027	0,908	1,15
19	12	13	1,059	1,057	1,055	0,936	1,184
19	12	14	1,091	1,089	1,088	0,964	1,222
19	12	15	1,127	1,124	1,122	0,993	1,264
19	12	16	1,167	1,165	1,162	1,027	1,318
19	12	17	1,215	1,213	1,21	1,064	1,38
19	12	18	1,281	1,277	1,272	1,109	1,472
19	12	19	1,392	1,386	1,375	1,176	1,663
19	16	1	0,671	0,666	0,67	0,495	0,816
19	16	2	0,743	0,74	0,742	0,602	0,864
19	16	3	0,787	0,785	0,787	0,666	0,898
19	16	4	0,823	0,821	0,822	0,711	0,929
19	16	5	0,854	0,852	0,852	0,746	0,956
19	16	6	0,882	0,88	0,88	0,777	0,982
19	16	7	0,907	0,905	0,906	0,803	1,007
19	16	8	0,931	0,93	0,93	0,828	1,03
19	16	9	0,955	0,954	0,954	0,854	1,054
19	16	10	0,979	0,977	0,977	0,877	1,077
19	16	11	1,003	1,001	1,001	0,9	1,104
19	16	12	1,027	1,026	1,025	0,924	1,131
19	16	13	1,053	1,051	1,051	0,948	1,161
19	16	14	1,08	1,079	1,078	0,973	1,193
19	16	15	1,111	1,109	1,107	0,998	1,228
19	16	16	1,145	1,143	1,141	1,027	1,269
19	16	17	1,186	1,184	1,18	1,057	1,324
19	16	18	1,241	1,239	1,234	1,098	1,406
19	16	19	1,335	1,331	1,321	1,152	1,567
20	2	1	0,083	0,06	0,043	0,002	0,212
20	2	2	0,144	0,12	0,104	0,015	0,317
20	2	3	0,205	0,181	0,165	0,041	0,409
20	2	4	0,266	0,243	0,228	0,072	0,494
20	2	5	0,329	0,306	0,292	0,11	0,579

Ns	Nr	i	QM	Mean	Med	c2,5%	c97,5%
20	2	6	0,392	0,37	0,356	0,15	0,661
20	2	7	0,458	0,435	0,423	0,195	0,745
20	2	8	0,524	0,502	0,49	0,242	0,827
20	2	9	0,595	0,573	0,561	0,293	0,914
20	2	10	0,668	0,646	0,635	0,348	1,003
20	2	11	0,744	0,723	0,713	0,407	1,1
20	2	12	0,826	0,804	0,794	0,469	1,2
20	2	13	0,914	0,892	0,881	0,536	1,307
20	2	14	1,009	0,987	0,977	0,608	1,426
20	2	15	1,115	1,092	1,081	0,689	1,56
20	2	16	1,235	1,211	1,198	0,778	1,715
20	2	17	1,376	1,351	1,337	0,876	1,901
20	2	18	1,55	1,523	1,507	0,996	2,139
20	2	19	1,791	1,757	1,734	1,153	2,499
20	2	20	2,212	2,162	2,116	1,373	3,216
20	3	1	0,224	0,198	0,186	0,035	0,43
20	3	2	0,32	0,301	0,293	0,111	0,535
20	3	3	0,398	0,382	0,376	0,181	0,617
20	3	4	0,466	0,452	0,446	0,243	0,69
20	3	5	0,529	0,516	0,511	0,301	0,759
20	3	6	0,589	0,577	0,572	0,356	0,823
20	3	7	0,647	0,635	0,631	0,41	0,885
20	3	8	0,704	0,693	0,689	0,461	0,947
20	3	9	0,761	0,75	0,746	0,513	1,011
20	3	10	0,819	0,808	0,804	0,565	1,076
20	3	11	0,878	0,868	0,863	0,616	1,144
20	3	12	0,94	0,929	0,925	0,668	1,213
20	3	13	1,004	0,993	0,989	0,725	1,287
20	3	14	1,073	1,062	1,057	0,785	1,368
20	3	15	1,148	1,137	1,131	0,847	1,457
20	3	16	1,232	1,221	1,215	0,912	1,566
20	3	17	1,33	1,317	1,309	0,986	1,695
20	3	18	1,45	1,436	1,426	1,076	1,862
20	3	19	1,613	1,596	1,581	1,183	2,098
20	3	20	1,897	1,871	1,838	1,339	2,592
20	6	1	0,45	0,436	0,438	0,216	0,648
20	6	2	0,549	0,54	0,541	0,348	0,729
20	6	3	0,616	0,61	0,609	0,432	0,789
20	6	4	0,671	0,665	0,665	0,495	0,837
20	6	5	0,718	0,713	0,713	0,548	0,882
20	6	6	0,762	0,757	0,755	0,594	0,924
20	6	7	0,802	0,798	0,797	0,636	0,964
20	6	8	0,842	0,837	0,837	0,676	1,004
20	6	9	0,88	0,876	0,874	0,714	1,044
20	6	10	0,918	0,914	0,913	0,753	1,084

Ns	Nr	i	QM	Mean	Med	c2,5%	c97,5%
20	6	11	0,957	0,953	0,952	0,789	1,126
20	6	12	0,996	0,992	0,991	0,825	1,17
20	6	13	1,038	1,034	1,031	0,862	1,218
20	6	14	1,081	1,077	1,074	0,898	1,268
20	6	15	1,129	1,124	1,121	0,942	1,323
20	6	16	1,181	1,176	1,173	0,984	1,388
20	6	17	1,241	1,236	1,232	1,031	1,464
20	6	18	1,314	1,308	1,302	1,085	1,563
20	6	19	1,412	1,405	1,396	1,153	1,708
20	6	20	1,582	1,571	1,551	1,249	1,997
20	9	1	0,553	0,544	0,548	0,337	0,731
20	9	2	0,64	0,635	0,636	0,469	0,794
20	9	3	0,699	0,694	0,695	0,541	0,844
20	9	4	0,744	0,741	0,741	0,597	0,882
20	9	5	0,784	0,781	0,781	0,641	0,918
20	9	6	0,819	0,816	0,816	0,68	0,951
20	9	7	0,853	0,85	0,849	0,718	0,983
20	9	8	0,884	0,882	0,881	0,752	1,016
20	9	9	0,915	0,913	0,912	0,784	1,046
20	9	10	0,946	0,943	0,942	0,812	1,078
20	9	11	0,977	0,974	0,973	0,841	1,113
20	9	12	1,008	1,005	1,004	0,871	1,145
20	9	13	1,04	1,038	1,037	0,9	1,183
20	9	14	1,074	1,071	1,069	0,933	1,221
20	9	15	1,111	1,109	1,107	0,965	1,263
20	9	16	1,152	1,149	1,147	0,997	1,312
20	9	17	1,198	1,195	1,192	1,036	1,37
20	9	18	1,255	1,252	1,247	1,079	1,451
20	9	19	1,333	1,328	1,321	1,13	1,563
20	9	20	1,465	1,457	1,443	1,207	1,786
20	12	1	0,616	0,609	0,615	0,42	0,773
20	12	2	0,695	0,691	0,692	0,542	0,829
20	12	3	0,746	0,743	0,744	0,608	0,868
20	12	4	0,786	0,783	0,784	0,658	0,903
20	12	5	0,82	0,817	0,818	0,698	0,934
20	12	6	0,85	0,848	0,848	0,736	0,963
20	12	7	0,879	0,877	0,877	0,765	0,99
20	12	8	0,906	0,904	0,904	0,791	1,019
20	12	9	0,933	0,931	0,93	0,818	1,047
20	12	10	0,959	0,957	0,957	0,846	1,071
20	12	11	0,985	0,984	0,984	0,869	1,102
20	12	12	1,012	1,01	1,01	0,897	1,13
20	12	13	1,04	1,038	1,037	0,92	1,161
20	12	14	1,069	1,068	1,066	0,947	1,194
20	12	15	1,101	1,099	1,097	0,975	1,232

Ns	Nr	i	QM	Mean	Med	c2,5%	c97,5%
20	12	16	1,135	1,133	1,131	1,005	1,276
20	12	17	1,175	1,172	1,171	1,037	1,322
20	12	18	1,222	1,22	1,216	1,074	1,387
20	12	19	1,287	1,283	1,277	1,118	1,485
20	12	20	1,397	1,392	1,379	1,181	1,67
20	16	1	0,666	0,661	0,665	0,491	0,81
20	16	2	0,737	0,735	0,737	0,602	0,856
20	16	3	0,782	0,78	0,781	0,661	0,891
20	16	4	0,817	0,815	0,816	0,706	0,922
20	16	5	0,847	0,845	0,845	0,739	0,947
20	16	6	0,873	0,872	0,872	0,77	0,973
20	16	7	0,898	0,897	0,897	0,798	0,996
20	16	8	0,922	0,92	0,92	0,823	1,019
20	16	9	0,945	0,944	0,943	0,847	1,044
20	16	10	0,968	0,966	0,966	0,868	1,065
20	16	11	0,99	0,988	0,988	0,889	1,089
20	16	12	1,012	1,011	1,01	0,911	1,112
20	16	13	1,036	1,035	1,034	0,933	1,138
20	16	14	1,061	1,06	1,059	0,957	1,166
20	16	15	1,088	1,087	1,086	0,979	1,201
20	16	16	1,117	1,116	1,114	1,007	1,234
20	16	17	1,151	1,149	1,147	1,034	1,275
20	16	18	1,192	1,19	1,187	1,065	1,327
20	16	19	1,246	1,243	1,239	1,104	1,41
20	16	20	1,34	1,336	1,324	1,159	1,578
22	2	1	0,076	0,055	0,039	0,001	0,196
22	2	2	0,132	0,11	0,095	0,014	0,29
22	2	3	0,188	0,166	0,152	0,037	0,375
22	2	4	0,243	0,221	0,208	0,065	0,454
22	2	5	0,3	0,278	0,266	0,098	0,529
22	2	6	0,357	0,336	0,324	0,135	0,605
22	2	7	0,416	0,395	0,384	0,175	0,678
22	2	8	0,476	0,456	0,446	0,218	0,752
22	2	9	0,538	0,518	0,509	0,264	0,829
22	2	10	0,602	0,583	0,574	0,311	0,909
22	2	11	0,67	0,65	0,641	0,363	0,992
22	2	12	0,74	0,72	0,711	0,417	1,076
22	2	13	0,814	0,794	0,785	0,475	1,164
22	2	14	0,892	0,873	0,864	0,536	1,26
22	2	15	0,977	0,957	0,947	0,602	1,367
22	2	16	1,069	1,049	1,038	0,674	1,482
22	2	17	1,172	1,151	1,14	0,755	1,612
22	2	18	1,289	1,268	1,256	0,84	1,762
22	2	19	1,427	1,404	1,389	0,94	1,944
22	2	20	1,598	1,572	1,556	1,059	2,179

Ns	Nr	i	QM	Mean	Med	c2,5%	c97,5%
22	2	21	1,835	1,803	1,781	1,204	2,536
22	2	22	2,253	2,204	2,157	1,426	3,255
22	3	1	0,213	0,189	0,178	0,035	0,409
22	3	2	0,305	0,287	0,28	0,106	0,508
22	3	3	0,378	0,363	0,358	0,172	0,585
22	3	4	0,443	0,429	0,424	0,23	0,655
22	3	5	0,501	0,489	0,485	0,285	0,718
22	3	6	0,557	0,545	0,541	0,336	0,778
22	3	7	0,61	0,599	0,595	0,387	0,836
22	3	8	0,663	0,652	0,649	0,434	0,892
22	3	9	0,715	0,705	0,702	0,481	0,947
22	3	10	0,767	0,757	0,754	0,529	1,006
22	3	11	0,819	0,81	0,806	0,577	1,065
22	3	12	0,873	0,864	0,859	0,625	1,125
22	3	13	0,929	0,92	0,915	0,674	1,188
22	3	14	0,987	0,978	0,974	0,723	1,253
22	3	15	1,049	1,039	1,034	0,775	1,328
22	3	16	1,115	1,105	1,101	0,83	1,405
22	3	17	1,188	1,178	1,173	0,89	1,494
22	3	18	1,27	1,259	1,253	0,954	1,599
22	3	19	1,364	1,353	1,345	1,026	1,723
22	3	20	1,481	1,468	1,459	1,112	1,883
22	3	21	1,642	1,626	1,611	1,214	2,123
22	3	22	1,922	1,896	1,864	1,369	2,604
22	6	1	0,442	0,428	0,429	0,21	0,637
22	6	2	0,537	0,528	0,529	0,343	0,712
22	6	3	0,602	0,595	0,594	0,423	0,768
22	6	4	0,654	0,648	0,648	0,484	0,816
22	6	5	0,7	0,695	0,694	0,533	0,858
22	6	6	0,741	0,736	0,735	0,578	0,896
22	6	7	0,779	0,775	0,774	0,618	0,938
22	6	8	0,816	0,812	0,81	0,657	0,972
22	6	9	0,851	0,847	0,846	0,693	1,008
22	6	10	0,886	0,882	0,881	0,725	1,045
22	6	11	0,921	0,917	0,916	0,761	1,082
22	6	12	0,956	0,952	0,952	0,794	1,12
22	6	13	0,991	0,988	0,987	0,827	1,159
22	6	14	1,028	1,025	1,023	0,86	1,198
22	6	15	1,067	1,064	1,061	0,893	1,24
22	6	16	1,109	1,105	1,102	0,929	1,29
22	6	17	1,154	1,15	1,147	0,967	1,347
22	6	18	1,204	1,2	1,197	1,009	1,406
22	6	19	1,262	1,258	1,255	1,056	1,483
22	6	20	1,334	1,329	1,323	1,11	1,579
22	6	21	1,43	1,424	1,414	1,176	1,723

Ns	Nr	i	QM	Mean	Med	c2,5%	c97,5%
22	6	22	1,597	1,586	1,567	1,262	2,011
22	9	1	0,545	0,536	0,541	0,336	0,719
22	9	2	0,63	0,625	0,626	0,463	0,776
22	9	3	0,685	0,681	0,681	0,535	0,823
22	9	4	0,73	0,726	0,727	0,588	0,863
22	9	5	0,767	0,764	0,765	0,631	0,897
22	9	6	0,802	0,799	0,799	0,671	0,929
22	9	7	0,833	0,83	0,83	0,704	0,96
22	9	8	0,863	0,86	0,86	0,732	0,989
22	9	9	0,892	0,889	0,889	0,762	1,018
22	9	10	0,92	0,918	0,918	0,79	1,046
22	9	11	0,948	0,946	0,945	0,817	1,074
22	9	12	0,976	0,974	0,973	0,845	1,104
22	9	13	1,005	1,002	1,001	0,871	1,138
22	9	14	1,034	1,032	1,03	0,899	1,171
22	9	15	1,064	1,062	1,061	0,927	1,204
22	9	16	1,097	1,094	1,091	0,957	1,242
22	9	17	1,132	1,13	1,127	0,987	1,284
22	9	18	1,172	1,169	1,166	1,018	1,334
22	9	19	1,217	1,214	1,21	1,055	1,391
22	9	20	1,273	1,269	1,265	1,096	1,465
22	9	21	1,348	1,343	1,337	1,154	1,57
22	9	22	1,476	1,469	1,456	1,226	1,788
22	12	1	0,608	0,601	0,607	0,412	0,762
22	12	2	0,685	0,681	0,682	0,539	0,817
22	12	3	0,733	0,73	0,731	0,604	0,856
22	12	4	0,772	0,77	0,77	0,649	0,888
22	12	5	0,805	0,803	0,802	0,689	0,917
22	12	6	0,834	0,833	0,832	0,719	0,945
22	12	7	0,862	0,86	0,859	0,75	0,969
22	12	8	0,887	0,886	0,885	0,777	0,995
22	12	9	0,912	0,91	0,909	0,803	1,019
22	12	10	0,936	0,934	0,933	0,827	1,046
22	12	11	0,959	0,958	0,957	0,85	1,071
22	12	12	0,983	0,982	0,981	0,874	1,096
22	12	13	1,008	1,006	1,005	0,897	1,121
22	12	14	1,033	1,031	1,03	0,921	1,147
22	12	15	1,059	1,057	1,055	0,943	1,176
22	12	16	1,087	1,085	1,083	0,968	1,209
22	12	17	1,116	1,114	1,112	0,995	1,245
22	12	18	1,149	1,147	1,144	1,025	1,288
22	12	19	1,188	1,186	1,183	1,056	1,334
22	12	20	1,234	1,232	1,228	1,09	1,393
22	12	21	1,297	1,294	1,288	1,134	1,487
22	12	22	1,406	1,4	1,39	1,194	1,672

Ns	Nr	i	QM	Mean	Med	c2,5%	c97,5%
22	16	1	0,659	0,654	0,659	0,486	0,797
22	16	2	0,728	0,725	0,727	0,593	0,845
22	16	3	0,772	0,77	0,771	0,655	0,879
22	16	4	0,807	0,805	0,805	0,698	0,908
22	16	5	0,835	0,834	0,835	0,733	0,933
22	16	6	0,861	0,859	0,86	0,76	0,956
22	16	7	0,884	0,883	0,883	0,788	0,979
22	16	8	0,906	0,905	0,905	0,811	0,999
22	16	9	0,928	0,927	0,927	0,834	1,02
22	16	10	0,949	0,947	0,947	0,856	1,04
22	16	11	0,969	0,968	0,968	0,876	1,061
22	16	12	0,99	0,989	0,989	0,895	1,084
22	16	13	1,011	1,01	1,01	0,915	1,105
22	16	14	1,032	1,031	1,03	0,935	1,13
22	16	15	1,054	1,053	1,052	0,956	1,154
22	16	16	1,077	1,076	1,075	0,975	1,182
22	16	17	1,103	1,102	1,101	1	1,211
22	16	18	1,132	1,13	1,129	1,024	1,245
22	16	19	1,163	1,162	1,16	1,048	1,285
22	16	20	1,203	1,201	1,199	1,079	1,342
22	16	21	1,256	1,254	1,25	1,113	1,414
22	16	22	1,347	1,343	1,335	1,168	1,571
24	2	1	0,07	0,05	0,036	0,001	0,18
24	2	2	0,121	0,101	0,086	0,013	0,268
24	2	3	0,172	0,152	0,138	0,034	0,346
24	2	4	0,223	0,203	0,19	0,06	0,418
24	2	5	0,275	0,255	0,243	0,09	0,489
24	2	6	0,327	0,308	0,296	0,123	0,558
24	2	7	0,38	0,361	0,35	0,158	0,624
24	2	8	0,435	0,416	0,406	0,196	0,689
24	2	9	0,491	0,472	0,463	0,238	0,758
24	2	10	0,548	0,53	0,521	0,281	0,829
24	2	11	0,608	0,589	0,581	0,325	0,9
24	2	12	0,669	0,651	0,643	0,373	0,976
24	2	13	0,733	0,715	0,706	0,422	1,055
24	2	14	0,8	0,782	0,774	0,475	1,132
24	2	15	0,872	0,854	0,846	0,531	1,221
24	2	16	0,948	0,93	0,922	0,594	1,314
24	2	17	1,03	1,012	1,003	0,659	1,414
24	2	18	1,12	1,101	1,091	0,727	1,526
24	2	19	1,22	1,2	1,191	0,803	1,651
24	2	20	1,334	1,314	1,303	0,889	1,8
24	2	21	1,469	1,447	1,435	0,987	1,982
24	2	22	1,637	1,612	1,596	1,103	2,209
24	2	23	1,871	1,841	1,819	1,249	2,567

Ns	Nr	i	QM	Mean	Med	c2,5%	c97,5%
24	2	24	2,284	2,236	2,189	1,465	3,272
24	3	1	0,204	0,181	0,17	0,032	0,391
24	3	2	0,292	0,274	0,268	0,102	0,487
24	3	3	0,361	0,347	0,341	0,163	0,563
24	3	4	0,422	0,409	0,405	0,22	0,628
24	3	5	0,478	0,466	0,462	0,272	0,685
24	3	6	0,53	0,519	0,515	0,322	0,739
24	3	7	0,58	0,57	0,566	0,369	0,792
24	3	8	0,629	0,619	0,615	0,413	0,846
24	3	9	0,677	0,668	0,663	0,458	0,899
24	3	10	0,725	0,716	0,712	0,502	0,951
24	3	11	0,772	0,763	0,76	0,545	1,001
24	3	12	0,82	0,812	0,808	0,588	1,055
24	3	13	0,87	0,861	0,858	0,633	1,11
24	3	14	0,92	0,912	0,908	0,676	1,167
24	3	15	0,973	0,965	0,961	0,721	1,229
24	3	16	1,029	1,02	1,016	0,769	1,294
24	3	17	1,088	1,079	1,075	0,82	1,364
24	3	18	1,151	1,142	1,137	0,873	1,441
24	3	19	1,222	1,212	1,207	0,929	1,527
24	3	20	1,302	1,292	1,286	0,991	1,629
24	3	21	1,395	1,384	1,377	1,06	1,749
24	3	22	1,51	1,497	1,488	1,145	1,907
24	3	23	1,668	1,652	1,637	1,246	2,142
24	3	24	1,943	1,918	1,887	1,395	2,615
24	6	1	0,432	0,419	0,42	0,21	0,621
24	6	2	0,525	0,517	0,517	0,338	0,691
24	6	3	0,587	0,581	0,581	0,414	0,744
24	6	4	0,638	0,633	0,633	0,472	0,792
24	6	5	0,681	0,677	0,677	0,522	0,831
24	6	6	0,721	0,716	0,715	0,563	0,869
24	6	7	0,757	0,753	0,753	0,604	0,906
24	6	8	0,791	0,788	0,786	0,64	0,943
24	6	9	0,825	0,821	0,821	0,673	0,976
24	6	10	0,857	0,854	0,853	0,705	1,007
24	6	11	0,889	0,886	0,885	0,736	1,039
24	6	12	0,921	0,918	0,917	0,767	1,073
24	6	13	0,954	0,95	0,949	0,797	1,11
24	6	14	0,986	0,983	0,982	0,829	1,146
24	6	15	1,02	1,017	1,016	0,86	1,183
24	6	16	1,055	1,051	1,049	0,891	1,221
24	6	17	1,092	1,089	1,086	0,924	1,261
24	6	18	1,132	1,129	1,127	0,959	1,311
24	6	19	1,175	1,172	1,169	0,996	1,361
24	6	20	1,224	1,22	1,217	1,034	1,422

Ns	Nr	i	QM	Mean	Med	c2,5%	c97,5%
24	6	21	1,28	1,276	1,272	1,079	1,497
24	6	22	1,349	1,344	1,339	1,129	1,593
24	6	23	1,444	1,438	1,429	1,195	1,729
24	6	24	1,61	1,599	1,581	1,284	2,006
24	9	1	0,538	0,53	0,534	0,334	0,705
24	9	2	0,622	0,617	0,618	0,458	0,768
24	9	3	0,676	0,672	0,673	0,53	0,811
24	9	4	0,718	0,714	0,714	0,579	0,847
24	9	5	0,754	0,751	0,751	0,621	0,88
24	9	6	0,786	0,783	0,782	0,658	0,909
24	9	7	0,816	0,813	0,813	0,691	0,94
24	9	8	0,844	0,841	0,841	0,721	0,967
24	9	9	0,87	0,868	0,868	0,749	0,99
24	9	10	0,897	0,894	0,894	0,774	1,017
24	9	11	0,923	0,921	0,919	0,8	1,044
24	9	12	0,948	0,946	0,945	0,824	1,071
24	9	13	0,974	0,972	0,971	0,85	1,096
24	9	14	1	0,998	0,998	0,875	1,125
24	9	15	1,027	1,024	1,024	0,899	1,155
24	9	16	1,054	1,052	1,051	0,926	1,185
24	9	17	1,084	1,082	1,08	0,952	1,221
24	9	18	1,115	1,113	1,111	0,98	1,253
24	9	19	1,149	1,147	1,145	1,011	1,294
24	9	20	1,187	1,185	1,182	1,042	1,343
24	9	21	1,231	1,228	1,225	1,072	1,395
24	9	22	1,285	1,282	1,278	1,116	1,471
24	9	23	1,359	1,355	1,349	1,167	1,577
24	9	24	1,489	1,482	1,467	1,239	1,806
24	12	1	0,601	0,594	0,599	0,409	0,754
24	12	2	0,675	0,671	0,674	0,527	0,805
24	12	3	0,723	0,721	0,721	0,593	0,843
24	12	4	0,761	0,759	0,759	0,637	0,873
24	12	5	0,793	0,791	0,791	0,678	0,902
24	12	6	0,821	0,819	0,819	0,71	0,929
24	12	7	0,847	0,845	0,845	0,739	0,953
24	12	8	0,871	0,87	0,869	0,764	0,977
24	12	9	0,895	0,893	0,892	0,789	1,001
24	12	10	0,917	0,915	0,915	0,812	1,022
24	12	11	0,939	0,938	0,937	0,834	1,045
24	12	12	0,961	0,959	0,959	0,854	1,066
24	12	13	0,983	0,981	0,981	0,876	1,09
24	12	14	1,005	1,003	1,003	0,897	1,111
24	12	15	1,027	1,026	1,025	0,917	1,134
24	12	16	1,051	1,05	1,049	0,94	1,162
24	12	17	1,076	1,075	1,074	0,96	1,189

Ns	Nr	i	QM	Mean	Med	c2,5%	c97,5%
24	12	18	1,103	1,101	1,1	0,986	1,221
24	12	19	1,132	1,13	1,129	1,012	1,255
24	12	20	1,164	1,162	1,161	1,039	1,294
24	12	21	1,201	1,199	1,196	1,071	1,342
24	12	22	1,246	1,244	1,241	1,103	1,404
24	12	23	1,309	1,306	1,301	1,145	1,498
24	12	24	1,417	1,412	1,401	1,205	1,685
26	2	1	0,065	0,047	0,033	0,001	0,166
26	2	2	0,113	0,094	0,08	0,012	0,249
26	2	3	0,16	0,141	0,128	0,031	0,322
26	2	4	0,207	0,188	0,176	0,055	0,39
26	2	5	0,255	0,236	0,225	0,083	0,453
26	2	6	0,303	0,285	0,274	0,113	0,519
26	2	7	0,352	0,334	0,324	0,146	0,58
26	2	8	0,402	0,384	0,374	0,181	0,645
26	2	9	0,453	0,435	0,425	0,218	0,706
26	2	10	0,505	0,487	0,478	0,256	0,77
26	2	11	0,558	0,541	0,532	0,297	0,834
26	2	12	0,614	0,597	0,588	0,34	0,9
26	2	13	0,671	0,654	0,646	0,384	0,969
26	2	14	0,73	0,713	0,705	0,432	1,041
26	2	15	0,793	0,776	0,768	0,481	1,116
26	2	16	0,859	0,842	0,833	0,533	1,195
26	2	17	0,928	0,911	0,902	0,59	1,279
26	2	18	1,002	0,985	0,977	0,649	1,367
26	2	19	1,082	1,064	1,056	0,709	1,467
26	2	20	1,169	1,151	1,144	0,777	1,576
26	2	21	1,268	1,249	1,24	0,852	1,703
26	2	22	1,379	1,36	1,349	0,936	1,842
26	2	23	1,512	1,491	1,479	1,032	2,019
26	2	24	1,677	1,653	1,637	1,145	2,251
26	2	25	1,907	1,877	1,852	1,29	2,596
26	2	26	2,316	2,27	2,224	1,502	3,296
26	3	1	0,196	0,174	0,163	0,032	0,377
26	3	2	0,28	0,263	0,256	0,097	0,469
26	3	3	0,346	0,332	0,327	0,156	0,537
26	3	4	0,404	0,392	0,387	0,211	0,598
26	3	5	0,456	0,445	0,442	0,26	0,653
26	3	6	0,506	0,496	0,492	0,306	0,707
26	3	7	0,554	0,544	0,541	0,349	0,758
26	3	8	0,6	0,59	0,587	0,394	0,807
26	3	9	0,644	0,635	0,633	0,434	0,853
26	3	10	0,689	0,68	0,677	0,472	0,9
26	3	11	0,733	0,724	0,722	0,515	0,948
26	3	12	0,776	0,768	0,765	0,555	0,996

Ns	Nr	i	QM	Mean	Med	c2,5%	c97,5%
26	3	13	0,821	0,813	0,81	0,596	1,044
26	3	14	0,867	0,859	0,856	0,637	1,097
26	3	15	0,913	0,905	0,903	0,68	1,151
26	3	16	0,962	0,954	0,951	0,72	1,206
26	3	17	1,013	1,005	1,001	0,766	1,264
26	3	18	1,066	1,058	1,053	0,81	1,323
26	3	19	1,123	1,115	1,111	0,86	1,393
26	3	20	1,185	1,176	1,172	0,909	1,466
26	3	21	1,253	1,244	1,241	0,966	1,549
26	3	22	1,331	1,321	1,317	1,026	1,647
26	3	23	1,422	1,412	1,405	1,094	1,77
26	3	24	1,535	1,523	1,513	1,175	1,927
26	3	25	1,691	1,676	1,66	1,275	2,161
26	3	26	1,966	1,941	1,907	1,421	2,641
26	6	1	0,423	0,41	0,411	0,201	0,609
26	6	2	0,514	0,506	0,507	0,328	0,681
26	6	3	0,575	0,569	0,569	0,408	0,73
26	6	4	0,624	0,619	0,618	0,466	0,774
26	6	5	0,666	0,662	0,661	0,513	0,813
26	6	6	0,703	0,699	0,699	0,552	0,849
26	6	7	0,738	0,734	0,734	0,589	0,884
26	6	8	0,771	0,768	0,767	0,625	0,914
26	6	9	0,802	0,799	0,798	0,656	0,947
26	6	10	0,833	0,829	0,829	0,688	0,978
26	6	11	0,863	0,859	0,859	0,717	1,007
26	6	12	0,892	0,889	0,888	0,745	1,037
26	6	13	0,922	0,919	0,919	0,773	1,067
26	6	14	0,951	0,948	0,948	0,803	1,098
26	6	15	0,982	0,979	0,978	0,829	1,133
26	6	16	1,012	1,009	1,009	0,859	1,166
26	6	17	1,045	1,042	1,041	0,887	1,202
26	6	18	1,079	1,076	1,074	0,919	1,242
26	6	19	1,115	1,112	1,11	0,949	1,283
26	6	20	1,153	1,15	1,148	0,983	1,326
26	6	21	1,196	1,192	1,189	1,019	1,38
26	6	22	1,243	1,24	1,236	1,059	1,439
26	6	23	1,299	1,295	1,29	1,102	1,509
26	6	24	1,367	1,362	1,357	1,152	1,602
26	6	25	1,46	1,453	1,444	1,212	1,74
26	6	26	1,623	1,613	1,594	1,307	2,025
26	9	1	0,532	0,524	0,526	0,327	0,699
26	9	2	0,614	0,609	0,61	0,459	0,757
26	9	3	0,666	0,662	0,662	0,521	0,8
26	9	4	0,707	0,704	0,704	0,573	0,834
26	9	5	0,742	0,739	0,739	0,614	0,864

Ns	Nr	i	QM	Mean	Med	c2,5%	c97,5%
26	9	6	0,773	0,771	0,771	0,65	0,89
26	9	7	0,802	0,799	0,8	0,68	0,919
26	9	8	0,829	0,827	0,827	0,71	0,945
26	9	9	0,854	0,852	0,852	0,736	0,969
26	9	10	0,879	0,877	0,876	0,762	0,995
26	9	11	0,903	0,901	0,9	0,786	1,018
26	9	12	0,926	0,924	0,924	0,81	1,043
26	9	13	0,949	0,947	0,947	0,831	1,067
26	9	14	0,973	0,971	0,971	0,855	1,093
26	9	15	0,997	0,996	0,994	0,877	1,119
26	9	16	1,022	1,02	1,018	0,9	1,144
26	9	17	1,047	1,045	1,044	0,922	1,171
26	9	18	1,074	1,072	1,071	0,947	1,202
26	9	19	1,102	1,1	1,099	0,973	1,235
26	9	20	1,132	1,13	1,129	0,998	1,269
26	9	21	1,165	1,163	1,162	1,028	1,308
26	9	22	1,202	1,2	1,198	1,057	1,353
26	9	23	1,245	1,243	1,24	1,09	1,409
26	9	24	1,298	1,295	1,292	1,132	1,482
26	9	25	1,369	1,365	1,359	1,178	1,591
26	9	26	1,494	1,487	1,474	1,247	1,8
26	12	1	0,593	0,587	0,59	0,411	0,737
26	12	2	0,667	0,663	0,666	0,528	0,79
26	12	3	0,714	0,711	0,713	0,587	0,828
26	12	4	0,75	0,748	0,749	0,633	0,859
26	12	5	0,781	0,779	0,78	0,665	0,883
26	12	6	0,808	0,806	0,806	0,698	0,909
26	12	7	0,833	0,831	0,832	0,727	0,932
26	12	8	0,856	0,855	0,855	0,75	0,956
26	12	9	0,878	0,877	0,877	0,775	0,978
26	12	10	0,899	0,898	0,898	0,797	0,999
26	12	11	0,92	0,919	0,918	0,819	1,02
26	12	12	0,941	0,939	0,938	0,841	1,042
26	12	13	0,961	0,959	0,958	0,858	1,063
26	12	14	0,981	0,979	0,978	0,88	1,083
26	12	15	1,002	1	0,999	0,899	1,107
26	12	16	1,023	1,021	1,021	0,921	1,127
26	12	17	1,044	1,043	1,041	0,941	1,151
26	12	18	1,067	1,065	1,065	0,96	1,175
26	12	19	1,091	1,089	1,088	0,982	1,204
26	12	20	1,116	1,114	1,113	1,005	1,234
26	12	21	1,144	1,142	1,14	1,028	1,266
26	12	22	1,175	1,173	1,171	1,055	1,304
26	12	23	1,211	1,209	1,206	1,084	1,353
26	12	24	1,257	1,254	1,251	1,116	1,417

Ns	Nr	i	QM	Mean	Med	c2,5%	c97,5%
26	12	25	1,318	1,315	1,309	1,157	1,506
26	12	26	1,425	1,419	1,407	1,216	1,692
28	2	1	0,06	0,043	0,031	0,001	0,154
28	2	2	0,105	0,087	0,074	0,011	0,232
28	2	3	0,148	0,13	0,119	0,028	0,3
28	2	4	0,192	0,174	0,163	0,051	0,361
28	2	5	0,236	0,219	0,208	0,076	0,42
28	2	6	0,281	0,263	0,253	0,103	0,479
28	2	7	0,326	0,309	0,299	0,133	0,537
28	2	8	0,372	0,355	0,346	0,166	0,596
28	2	9	0,419	0,402	0,394	0,2	0,653
28	2	10	0,466	0,45	0,441	0,235	0,712
28	2	11	0,515	0,498	0,49	0,271	0,77
28	2	12	0,565	0,549	0,54	0,31	0,832
28	2	13	0,616	0,6	0,593	0,35	0,891
28	2	14	0,67	0,654	0,646	0,392	0,955
28	2	15	0,725	0,709	0,703	0,437	1,024
28	2	16	0,783	0,767	0,761	0,482	1,092
28	2	17	0,843	0,827	0,82	0,53	1,164
28	2	18	0,906	0,891	0,883	0,583	1,241
28	2	19	0,974	0,958	0,95	0,637	1,321
28	2	20	1,047	1,03	1,022	0,694	1,411
28	2	21	1,125	1,109	1,1	0,757	1,505
28	2	22	1,211	1,194	1,186	0,824	1,612
28	2	23	1,307	1,29	1,28	0,896	1,733
28	2	24	1,417	1,398	1,388	0,978	1,875
28	2	25	1,547	1,527	1,515	1,073	2,05
28	2	26	1,71	1,687	1,672	1,185	2,278
28	2	27	1,937	1,909	1,885	1,329	2,623
28	2	28	2,34	2,296	2,25	1,538	3,322
28	3	1	0,189	0,167	0,157	0,03	0,364
28	3	2	0,27	0,254	0,247	0,094	0,453
28	3	3	0,334	0,32	0,315	0,151	0,519
28	3	4	0,39	0,378	0,374	0,202	0,577
28	3	5	0,439	0,429	0,425	0,249	0,629
28	3	6	0,487	0,477	0,474	0,295	0,678
28	3	7	0,531	0,522	0,519	0,339	0,726
28	3	8	0,575	0,566	0,563	0,379	0,77
28	3	9	0,616	0,608	0,605	0,417	0,815
28	3	10	0,658	0,649	0,646	0,455	0,86
28	3	11	0,698	0,69	0,688	0,493	0,903
28	3	12	0,739	0,732	0,729	0,529	0,948
28	3	13	0,78	0,773	0,77	0,568	0,992
28	3	14	0,822	0,815	0,812	0,605	1,037
28	3	15	0,864	0,857	0,855	0,643	1,085

Ns	Nr	i	QM	Mean	Med	c2,5%	c97,5%
28	3	16	0,908	0,9	0,897	0,683	1,132
28	3	17	0,952	0,945	0,942	0,723	1,183
28	3	18	0,999	0,992	0,989	0,763	1,239
28	3	19	1,048	1,041	1,038	0,805	1,295
28	3	20	1,1	1,092	1,088	0,85	1,356
28	3	21	1,155	1,148	1,144	0,897	1,418
28	3	22	1,216	1,208	1,204	0,948	1,492
28	3	23	1,283	1,275	1,27	1,004	1,577
28	3	24	1,359	1,35	1,344	1,065	1,673
28	3	25	1,448	1,438	1,431	1,13	1,788
28	3	26	1,559	1,548	1,538	1,21	1,944
28	3	27	1,712	1,698	1,683	1,305	2,17
28	3	28	1,982	1,958	1,927	1,447	2,647
28	6	1	0,418	0,405	0,406	0,2	0,6
28	6	2	0,506	0,498	0,499	0,322	0,667
28	6	3	0,565	0,559	0,56	0,398	0,714
28	6	4	0,612	0,607	0,608	0,453	0,757
28	6	5	0,653	0,648	0,649	0,5	0,794
28	6	6	0,689	0,685	0,685	0,541	0,827
28	6	7	0,722	0,719	0,719	0,579	0,86
28	6	8	0,754	0,75	0,75	0,612	0,892
28	6	9	0,784	0,78	0,78	0,642	0,922
28	6	10	0,812	0,809	0,809	0,67	0,951
28	6	11	0,84	0,837	0,837	0,699	0,979
28	6	12	0,868	0,865	0,864	0,726	1,009
28	6	13	0,895	0,892	0,892	0,753	1,036
28	6	14	0,923	0,92	0,919	0,78	1,066
28	6	15	0,951	0,948	0,947	0,807	1,095
28	6	16	0,978	0,976	0,974	0,833	1,122
28	6	17	1,007	1,005	1,003	0,861	1,156
28	6	18	1,037	1,034	1,033	0,888	1,188
28	6	19	1,068	1,065	1,064	0,915	1,224
28	6	20	1,1	1,097	1,096	0,945	1,262
28	6	21	1,135	1,132	1,13	0,976	1,301
28	6	22	1,173	1,169	1,167	1,007	1,346
28	6	23	1,213	1,21	1,208	1,041	1,394
28	6	24	1,259	1,256	1,252	1,078	1,453
28	6	25	1,314	1,31	1,306	1,119	1,522
28	6	26	1,38	1,376	1,37	1,166	1,614
28	6	27	1,472	1,466	1,458	1,226	1,754
28	6	28	1,633	1,623	1,605	1,319	2,028
28	9	1	0,525	0,516	0,52	0,326	0,687
28	9	2	0,605	0,6	0,602	0,448	0,746
28	9	3	0,656	0,653	0,653	0,513	0,786
28	9	4	0,696	0,693	0,693	0,565	0,819

Ns	Nr	i	QM	Mean	Med	c2,5%	c97,5%
28	9	5	0,73	0,727	0,727	0,603	0,848
28	9	6	0,76	0,757	0,756	0,638	0,876
28	9	7	0,787	0,785	0,784	0,669	0,899
28	9	8	0,813	0,81	0,81	0,695	0,924
28	9	9	0,837	0,835	0,834	0,722	0,95
28	9	10	0,861	0,859	0,858	0,747	0,972
28	9	11	0,883	0,881	0,881	0,77	0,994
28	9	12	0,906	0,904	0,903	0,791	1,016
28	9	13	0,928	0,926	0,925	0,812	1,041
28	9	14	0,95	0,948	0,948	0,831	1,062
28	9	15	0,972	0,97	0,969	0,854	1,087
28	9	16	0,994	0,993	0,992	0,876	1,111
28	9	17	1,017	1,015	1,014	0,897	1,137
28	9	18	1,04	1,038	1,037	0,92	1,16
28	9	19	1,064	1,062	1,061	0,943	1,187
28	9	20	1,089	1,087	1,086	0,966	1,216
28	9	21	1,116	1,114	1,112	0,99	1,247
28	9	22	1,145	1,143	1,142	1,014	1,282
28	9	23	1,177	1,175	1,173	1,042	1,32
28	9	24	1,214	1,211	1,21	1,071	1,363
28	9	25	1,256	1,253	1,25	1,104	1,42
28	9	26	1,307	1,304	1,301	1,14	1,486
28	9	27	1,378	1,374	1,368	1,19	1,594
28	9	28	1,503	1,497	1,481	1,261	1,822
28	12	1	0,588	0,582	0,586	0,407	0,733
28	12	2	0,661	0,657	0,66	0,519	0,782
28	12	3	0,707	0,705	0,706	0,584	0,82
28	12	4	0,743	0,741	0,742	0,626	0,85
28	12	5	0,773	0,771	0,77	0,662	0,876
28	12	6	0,798	0,797	0,797	0,691	0,897
28	12	7	0,822	0,82	0,821	0,721	0,921
28	12	8	0,844	0,843	0,842	0,744	0,943
28	12	9	0,865	0,864	0,863	0,766	0,961
28	12	10	0,885	0,884	0,884	0,786	0,98
28	12	11	0,904	0,903	0,903	0,806	0,997
28	12	12	0,924	0,922	0,922	0,827	1,018
28	12	13	0,943	0,941	0,941	0,846	1,038
28	12	14	0,962	0,96	0,959	0,864	1,059
28	12	15	0,981	0,98	0,979	0,882	1,081
28	12	16	1	0,999	0,997	0,901	1,099
28	12	17	1,019	1,018	1,018	0,92	1,119
28	12	18	1,04	1,038	1,038	0,939	1,14
28	12	19	1,061	1,059	1,059	0,958	1,165
28	12	20	1,082	1,08	1,079	0,976	1,19
28	12	21	1,105	1,103	1,102	0,998	1,216

Ns	Nr	i	QM	Mean	Med	c2,5%	c97,5%
28	12	22	1,129	1,128	1,126	1,019	1,243
28	12	23	1,156	1,155	1,152	1,042	1,277
28	12	24	1,187	1,185	1,183	1,067	1,316
28	12	25	1,222	1,22	1,217	1,095	1,361
28	12	26	1,267	1,264	1,261	1,126	1,421
28	12	27	1,326	1,323	1,317	1,164	1,507
28	12	28	1,431	1,426	1,412	1,223	1,687
30	2	1	0,056	0,04	0,029	0,001	0,145
30	2	2	0,098	0,081	0,069	0,01	0,216
30	2	3	0,138	0,122	0,11	0,027	0,278
30	2	4	0,179	0,162	0,152	0,047	0,336
30	2	5	0,221	0,204	0,194	0,071	0,395
30	2	6	0,262	0,246	0,236	0,097	0,452
30	2	7	0,304	0,288	0,279	0,125	0,507
30	2	8	0,347	0,331	0,322	0,154	0,56
30	2	9	0,39	0,375	0,366	0,185	0,614
30	2	10	0,435	0,419	0,411	0,218	0,667
30	2	11	0,48	0,464	0,457	0,252	0,721
30	2	12	0,525	0,51	0,503	0,287	0,775
30	2	13	0,572	0,557	0,55	0,323	0,832
30	2	14	0,621	0,606	0,599	0,363	0,889
30	2	15	0,671	0,656	0,649	0,403	0,947
30	2	16	0,723	0,708	0,702	0,444	1,01
30	2	17	0,777	0,762	0,755	0,488	1,074
30	2	18	0,833	0,818	0,812	0,532	1,141
30	2	19	0,892	0,877	0,871	0,58	1,211
30	2	20	0,954	0,939	0,933	0,631	1,285
30	2	21	1,02	1,005	0,999	0,683	1,363
30	2	22	1,091	1,076	1,069	0,739	1,451
30	2	23	1,168	1,152	1,145	0,799	1,545
30	2	24	1,253	1,237	1,228	0,866	1,65
30	2	25	1,346	1,33	1,32	0,937	1,766
30	2	26	1,455	1,437	1,427	1,018	1,91
30	2	27	1,583	1,564	1,553	1,113	2,081
30	2	28	1,744	1,722	1,707	1,225	2,306
30	2	29	1,967	1,94	1,917	1,366	2,646
30	2	30	2,368	2,324	2,277	1,577	3,344
30	3	1	0,183	0,162	0,153	0,029	0,352
30	3	2	0,262	0,246	0,239	0,092	0,437
30	3	3	0,323	0,31	0,305	0,146	0,501
30	3	4	0,376	0,365	0,36	0,196	0,557
30	3	5	0,424	0,414	0,41	0,241	0,609
30	3	6	0,469	0,459	0,456	0,283	0,656
30	3	7	0,511	0,502	0,499	0,324	0,699
30	3	8	0,552	0,543	0,54	0,362	0,744

Ns	Nr	i	QM	Mean	Med	c2,5%	c97,5%
30	3	9	0,592	0,584	0,581	0,4	0,785
30	3	10	0,631	0,623	0,62	0,438	0,826
30	3	11	0,67	0,662	0,659	0,474	0,869
30	3	12	0,708	0,701	0,698	0,509	0,909
30	3	13	0,746	0,739	0,737	0,544	0,951
30	3	14	0,785	0,778	0,776	0,58	0,992
30	3	15	0,824	0,817	0,814	0,615	1,037
30	3	16	0,863	0,856	0,853	0,648	1,08
30	3	17	0,904	0,897	0,894	0,685	1,124
30	3	18	0,945	0,938	0,935	0,723	1,171
30	3	19	0,988	0,981	0,977	0,761	1,22
30	3	20	1,033	1,026	1,022	0,8	1,27
30	3	21	1,081	1,073	1,07	0,84	1,328
30	3	22	1,131	1,124	1,119	0,882	1,386
30	3	23	1,185	1,177	1,173	0,928	1,451
30	3	24	1,244	1,236	1,232	0,976	1,521
30	3	25	1,309	1,301	1,297	1,029	1,601
30	3	26	1,384	1,375	1,37	1,088	1,693
30	3	27	1,472	1,462	1,454	1,153	1,809
30	3	28	1,582	1,57	1,561	1,229	1,964
30	3	29	1,733	1,719	1,704	1,33	2,19
30	3	30	1,999	1,976	1,945	1,47	2,659
30	6	1	0,41	0,397	0,4	0,197	0,588
30	6	2	0,497	0,489	0,49	0,319	0,657
30	6	3	0,555	0,549	0,55	0,393	0,706
30	6	4	0,601	0,596	0,596	0,448	0,745
30	6	5	0,64	0,636	0,636	0,492	0,78
30	6	6	0,675	0,671	0,671	0,531	0,813
30	6	7	0,708	0,704	0,703	0,566	0,844
30	6	8	0,738	0,734	0,734	0,6	0,873
30	6	9	0,767	0,763	0,763	0,63	0,902
30	6	10	0,794	0,791	0,79	0,658	0,928
30	6	11	0,82	0,817	0,816	0,685	0,954
30	6	12	0,846	0,843	0,842	0,71	0,982
30	6	13	0,872	0,869	0,869	0,736	1,008
30	6	14	0,898	0,895	0,894	0,759	1,036
30	6	15	0,923	0,921	0,92	0,785	1,061
30	6	16	0,949	0,947	0,946	0,81	1,089
30	6	17	0,975	0,973	0,972	0,836	1,117
30	6	18	1,002	0,999	0,998	0,861	1,145
30	6	19	1,029	1,027	1,026	0,886	1,177
30	6	20	1,058	1,055	1,054	0,913	1,209
30	6	21	1,088	1,085	1,082	0,937	1,245
30	6	22	1,119	1,116	1,114	0,965	1,279
30	6	23	1,152	1,149	1,147	0,995	1,315

Ns	Nr	i	QM	Mean	Med	c2,5%	c97,5%
30	6	24	1,189	1,186	1,184	1,027	1,36
30	6	25	1,23	1,226	1,224	1,059	1,408
30	6	26	1,275	1,271	1,269	1,095	1,465
30	6	27	1,328	1,324	1,32	1,135	1,533
30	6	28	1,393	1,389	1,383	1,184	1,624
30	6	29	1,484	1,478	1,468	1,243	1,758
30	6	30	1,645	1,635	1,615	1,331	2,041
30	9	1	0,519	0,51	0,515	0,32	0,677
30	9	2	0,598	0,593	0,594	0,441	0,732
30	9	3	0,649	0,645	0,646	0,51	0,774
30	9	4	0,688	0,685	0,685	0,56	0,809
30	9	5	0,721	0,718	0,718	0,599	0,835
30	9	6	0,75	0,747	0,747	0,632	0,861
30	9	7	0,776	0,774	0,774	0,661	0,884
30	9	8	0,801	0,799	0,799	0,688	0,908
30	9	9	0,824	0,822	0,822	0,711	0,931
30	9	10	0,846	0,844	0,844	0,736	0,953
30	9	11	0,868	0,866	0,866	0,76	0,974
30	9	12	0,889	0,887	0,886	0,782	0,997
30	9	13	0,91	0,908	0,907	0,801	1,017
30	9	14	0,93	0,928	0,928	0,821	1,037
30	9	15	0,95	0,949	0,949	0,84	1,058
30	9	16	0,971	0,969	0,969	0,861	1,08
30	9	17	0,992	0,99	0,99	0,882	1,102
30	9	18	1,013	1,011	1,011	0,902	1,123
30	9	19	1,034	1,033	1,032	0,92	1,147
30	9	20	1,057	1,055	1,055	0,941	1,172
30	9	21	1,08	1,078	1,078	0,961	1,199
30	9	22	1,105	1,103	1,102	0,985	1,228
30	9	23	1,131	1,129	1,128	1,007	1,256
30	9	24	1,16	1,158	1,156	1,033	1,292
30	9	25	1,191	1,189	1,187	1,06	1,33
30	9	26	1,226	1,224	1,221	1,087	1,371
30	9	27	1,267	1,265	1,261	1,12	1,428
30	9	28	1,319	1,316	1,311	1,156	1,501
30	9	29	1,389	1,385	1,379	1,204	1,608
30	9	30	1,513	1,506	1,491	1,27	1,815
30	12	1	0,583	0,576	0,582	0,4	0,726
30	12	2	0,654	0,651	0,652	0,513	0,773
30	12	3	0,7	0,697	0,698	0,576	0,809
30	12	4	0,734	0,732	0,733	0,62	0,839
30	12	5	0,763	0,762	0,762	0,656	0,863
30	12	6	0,789	0,787	0,788	0,687	0,886
30	12	7	0,812	0,81	0,811	0,709	0,908
30	12	8	0,833	0,832	0,832	0,734	0,927

Ns	Nr	i	QM	Mean	Med	c2,5%	c97,5%
30	12	9	0,854	0,852	0,853	0,756	0,946
30	12	10	0,873	0,872	0,872	0,777	0,964
30	12	11	0,892	0,89	0,891	0,797	0,984
30	12	12	0,91	0,908	0,909	0,814	1,001
30	12	13	0,927	0,926	0,926	0,832	1,021
30	12	14	0,945	0,943	0,943	0,851	1,038
30	12	15	0,962	0,961	0,96	0,869	1,056
30	12	16	0,98	0,978	0,978	0,888	1,074
30	12	17	0,997	0,996	0,996	0,903	1,094
30	12	18	1,015	1,014	1,014	0,921	1,111
30	12	19	1,033	1,032	1,031	0,936	1,131
30	12	20	1,053	1,051	1,051	0,953	1,152
30	12	21	1,073	1,071	1,07	0,972	1,175
30	12	22	1,093	1,092	1,091	0,99	1,2
30	12	23	1,116	1,115	1,113	1,011	1,228
30	12	24	1,14	1,138	1,137	1,031	1,254
30	12	25	1,166	1,165	1,163	1,052	1,286
30	12	26	1,196	1,194	1,192	1,077	1,325
30	12	27	1,231	1,229	1,226	1,105	1,37
30	12	28	1,273	1,271	1,268	1,135	1,429
30	12	29	1,333	1,33	1,324	1,173	1,516
30	12	30	1,434	1,429	1,418	1,232	1,691



**Tableau A5: Valeurs de dispersion des estimations d'écarts-types à partir de séries répétées**

$N_r$  est le nombre de répétitions,  $N_s$  est le nombre de séries,  $s_s$  est l'écart-type des estimations de  $s/\sigma$ ,

IC- et IC+ sont les limites mini et maxi de l'intervalle de confiance à 95% des estimations de  $s/\sigma$

(Les différences entre la méthode par régression et la méthode habituelle sont plus faibles que les incertitudes sur les déterminations)

Nr	Ns	Méthode par régression			Méthode habituelle		
		$s_s$	IC-	IC+	$s_s$	IC-	IC+
2	5	0,357	0,353	1,725	0,353	0,357	1,720
2	6	0,329	0,399	1,676	0,324	0,405	1,663
2	7	0,309	0,431	1,630	0,304	0,437	1,621
2	8	0,291	0,460	1,584	0,287	0,464	1,573
2	9	0,276	0,484	1,559	0,272	0,487	1,551
2	10	0,265	0,509	1,535	0,262	0,512	1,525
2	13	0,233	0,558	1,465	0,230	0,562	1,460
2	16	0,214	0,592	1,430	0,211	0,597	1,421
2	20	0,190	0,633	1,373	0,188	0,635	1,371
2	25	0,172	0,671	1,342	0,170	0,673	1,339
2	32	0,154	0,704	1,307	0,152	0,707	1,302
2	40	0,137	0,737	1,274	0,136	0,740	1,272
2	50	0,122	0,763	1,241	0,121	0,766	1,238
2	63	0,110	0,789	1,217	0,109	0,790	1,218
3	5	0,318	0,411	1,647	0,314	0,416	1,633
3	6	0,294	0,453	1,596	0,291	0,456	1,589
3	7	0,276	0,478	1,550	0,274	0,482	1,543
3	8	0,262	0,503	1,526	0,259	0,506	1,519
3	9	0,251	0,523	1,503	0,249	0,526	1,494
3	10	0,238	0,546	1,477	0,236	0,550	1,472
3	13	0,213	0,596	1,426	0,211	0,598	1,421
3	16	0,192	0,630	1,381	0,191	0,634	1,378
3	20	0,174	0,664	1,345	0,173	0,667	1,339
3	25	0,157	0,696	1,307	0,156	0,697	1,306
3	32	0,140	0,730	1,278	0,139	0,731	1,276
3	40	0,125	0,756	1,248	0,125	0,757	1,247
3	50	0,112	0,782	1,221	0,111	0,783	1,221
3	63	0,101	0,803	1,198	0,100	0,805	1,197
4	5	0,292	0,455	1,587	0,289	0,461	1,584
4	6	0,274	0,483	1,553	0,272	0,489	1,551
4	7	0,261	0,507	1,519	0,259	0,510	1,519
4	8	0,247	0,533	1,488	0,246	0,536	1,489
4	9	0,236	0,548	1,467	0,235	0,552	1,466
4	10	0,227	0,566	1,450	0,226	0,568	1,451
4	13	0,202	0,610	1,397	0,201	0,614	1,393
4	16	0,185	0,645	1,365	0,185	0,648	1,365
4	20	0,167	0,678	1,331	0,166	0,680	1,329
4	25	0,150	0,708	1,296	0,149	0,710	1,294
4	32	0,135	0,740	1,264	0,134	0,742	1,264
4	40	0,120	0,766	1,239	0,120	0,768	1,236

Nr	Ns	Méthode par régression			Méthode habituelle		
		$s_s$	IC-	IC+	$s_s$	IC-	IC+
4	50	0,108	0,789	1,215	0,108	0,790	1,213
4	63	0,096	0,813	1,189	0,096	0,813	1,188
5	5	0,277	0,482	1,554	0,274	0,488	1,551
5	6	0,261	0,507	1,526	0,259	0,512	1,525
5	7	0,247	0,533	1,491	0,246	0,537	1,491
5	8	0,237	0,548	1,472	0,236	0,553	1,469
5	9	0,225	0,570	1,447	0,224	0,574	1,443
5	10	0,218	0,586	1,441	0,217	0,588	1,441
5	13	0,196	0,623	1,391	0,195	0,627	1,388
5	16	0,178	0,656	1,352	0,178	0,658	1,350
5	20	0,163	0,682	1,319	0,163	0,683	1,318
5	25	0,147	0,715	1,288	0,146	0,717	1,287
5	32	0,130	0,747	1,255	0,129	0,747	1,254
5	40	0,117	0,773	1,229	0,116	0,774	1,228
5	50	0,106	0,797	1,209	0,105	0,797	1,207
5	63	0,095	0,816	1,187	0,094	0,816	1,185
6	5	0,257	0,514	1,516	0,255	0,518	1,512
6	6	0,249	0,529	1,503	0,247	0,533	1,501
6	7	0,238	0,550	1,475	0,236	0,552	1,471
6	8	0,229	0,568	1,456	0,227	0,571	1,454
6	9	0,219	0,581	1,437	0,218	0,585	1,434
6	10	0,210	0,597	1,417	0,209	0,599	1,414
6	13	0,190	0,639	1,375	0,189	0,642	1,376
6	16	0,175	0,663	1,344	0,174	0,664	1,342
6	20	0,159	0,693	1,317	0,158	0,694	1,315
6	25	0,144	0,723	1,286	0,143	0,723	1,284
6	32	0,129	0,750	1,253	0,128	0,751	1,252
6	40	0,115	0,777	1,226	0,114	0,778	1,224
6	50	0,104	0,798	1,206	0,104	0,798	1,203
6	63	0,094	0,817	1,183	0,093	0,817	1,182
7	5	0,244	0,540	1,488	0,242	0,543	1,485
7	6	0,236	0,548	1,472	0,234	0,551	1,468
7	7	0,228	0,565	1,459	0,227	0,568	1,456
7	8	0,220	0,586	1,440	0,218	0,588	1,438
7	9	0,212	0,598	1,420	0,211	0,600	1,418
7	10	0,203	0,608	1,401	0,202	0,610	1,399
7	13	0,185	0,646	1,367	0,184	0,647	1,366
7	16	0,171	0,668	1,337	0,170	0,671	1,336
7	20	0,155	0,701	1,309	0,155	0,702	1,308
7	25	0,141	0,725	1,277	0,141	0,726	1,277

Nr	Ns	Méthode par régression			Méthode habituelle		
		s <sub>s</sub>	IC-	IC+	s <sub>s</sub>	IC-	IC+
7	32	0,126	0,754	1,249	0,126	0,755	1,249
7	40	0,114	0,777	1,223	0,114	0,778	1,222
7	50	0,102	0,801	1,200	0,102	0,801	1,200
8	5	0,232	0,557	1,463	0,231	0,559	1,462
8	6	0,226	0,573	1,453	0,224	0,576	1,451
8	7	0,218	0,584	1,433	0,217	0,587	1,431
8	8	0,213	0,595	1,428	0,212	0,598	1,425
8	9	0,205	0,607	1,407	0,204	0,610	1,406
8	10	0,198	0,626	1,400	0,197	0,630	1,399
8	13	0,182	0,650	1,361	0,181	0,654	1,362
8	16	0,167	0,679	1,332	0,166	0,680	1,331
8	20	0,152	0,705	1,304	0,152	0,707	1,304
8	25	0,140	0,727	1,273	0,140	0,730	1,273
8	32	0,125	0,759	1,248	0,124	0,760	1,248
8	40	0,112	0,781	1,218	0,112	0,782	1,218
9	5	0,221	0,581	1,443	0,220	0,582	1,439
9	6	0,214	0,588	1,425	0,213	0,589	1,422
9	7	0,209	0,604	1,415	0,208	0,605	1,412
9	8	0,204	0,614	1,409	0,203	0,615	1,406
9	9	0,198	0,622	1,401	0,197	0,624	1,398
9	10	0,193	0,635	1,392	0,192	0,637	1,387
9	13	0,177	0,662	1,351	0,176	0,664	1,349
9	16	0,164	0,684	1,328	0,163	0,684	1,327
9	20	0,151	0,710	1,301	0,151	0,711	1,301
9	25	0,138	0,733	1,271	0,138	0,734	1,271
9	32	0,123	0,763	1,245	0,123	0,763	1,246
9	40	0,112	0,782	1,221	0,112	0,782	1,221
10	5	0,212	0,593	1,420	0,211	0,597	1,421
10	6	0,205	0,603	1,402	0,205	0,608	1,403
10	7	0,203	0,612	1,404	0,202	0,615	1,405
10	8	0,197	0,623	1,394	0,196	0,625	1,395
10	9	0,192	0,634	1,382	0,191	0,637	1,382
10	10	0,186	0,638	1,363	0,186	0,641	1,363
10	13	0,174	0,666	1,344	0,173	0,669	1,345
10	16	0,163	0,687	1,323	0,162	0,690	1,324
10	20	0,148	0,711	1,292	0,148	0,713	1,294
10	25	0,136	0,736	1,266	0,136	0,737	1,267
10	32	0,122	0,760	1,236	0,121	0,762	1,238
11	5	0,203	0,607	1,401	0,202	0,611	1,402
11	6	0,199	0,616	1,394	0,199	0,619	1,395
11	7	0,194	0,627	1,385	0,194	0,631	1,386
11	8	0,190	0,635	1,378	0,190	0,639	1,378
11	9	0,185	0,643	1,363	0,185	0,646	1,364
11	10	0,183	0,649	1,364	0,182	0,653	1,364

Nr	Ns	Méthode par régression			Méthode habituelle		
		s <sub>s</sub>	IC-	IC+	s <sub>s</sub>	IC-	IC+
11	13	0,170	0,674	1,336	0,169	0,676	1,337
11	16	0,160	0,689	1,312	0,159	0,691	1,313
11	20	0,147	0,715	1,287	0,147	0,716	1,289
11	25	0,135	0,736	1,264	0,134	0,738	1,263
11	32	0,121	0,761	1,237	0,121	0,762	1,238